[Ср. § 1.7.6. Точная верхняя грань частичных сумм равна

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{x}\,dx = 1{,}85\ldots\text{ *}).\Big]$$

12. Воспользоваться теоремой Парсеваля для суммирования рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(a^2+n^2)^2},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(a^2+n^2)^2}.$$

13. Для того чтобы соотношения

$$a_n = O\left(e^{-(k-\varepsilon)n}\right),\qquad b_n = O\left(e^{-(k-\varepsilon)n}\right),$$

где $k>0$, выполнялось при всех положительных значениях ε, необходимо и достаточно, чтобы значения функции $f(x)$ почти всюду совпадали со значениями на вещественной оси некоторой аналитической функции $f(z)$, регулярной при $-k<y<k$ и имеющей период 2π.

14. Построить ряд Фурье, у которого

$$s_n(0) > \frac{\log n}{\log\log n}$$

для бесконечного множества значений n.

15. Показать, что если в ряде Фурье из § 13.4.2 написать $\nu!x$ вместо x в членах, отвечающих группе G_{λ_ν}, то получится ряд Фурье непрерывной функции, расходящийся во всех точках x с рациональным отношением x/π.

16. Показать, что если ряд

$$\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m\cos(2^m x)$$

является рядом Фурье, то он сходится почти всюду.

[В этом случае формула из примера 10 принимает вид

$$\sigma_{2^k} - s_{2^k} = \frac{1}{2^k}\sum_{m=1}^{k-1} 2^m\alpha_m\cos(2^m x),$$

и так как $\alpha_m \to 0$, то правая часть стремится к нулю при всех значениях x. Следовательно, s_{2^k} стремится к пределу там же, где σ_{2^k}, т. е. почти всюду **).]

17. Показать, что для функции $f(x)=x^{-\alpha}$ $(0<x\leqslant 2\pi)$, где $0<\alpha<1$, при $n\to\infty$

$$a_n \sim \frac{n^{\alpha-1}}{2\Gamma(\alpha)\cos\frac{1}{2}\pi\alpha},\qquad b_n \sim \frac{n^{\alpha-1}}{2\Gamma(\alpha)\sin\frac{1}{2}\pi\alpha}.$$

Показать, что если $p<1/\alpha$, то $f(x)$ принадлежит к L^p, и что если $q<\frac{1}{1-\alpha}$, то ряд $\sum(|a_n|^q+|b_n|^q)$ расходится ***).

*) См. Gronwall [1].

**) См. Kolmogoroff [1].

***) См. Bromwich, Infinite Series (2-е изд.), § 174, пример 5, и Haslam—Jones [1].

[Этот пример следует сравнить с обобщенной теоремой Рисса — Фишера, упомянутой в § 13.7.1. Он обнаруживает, что указанный там показатель сходимости ряда коэффициентов является наилучшим возможным.]

18. В интервале

$$\frac{\pi}{(\nu+1)^\beta} < x \leqslant \frac{\pi}{\nu^\beta} \qquad (\nu=1, 2, \ldots)$$

функция $f(x)$ равна $\nu^\alpha \cos(\nu^2 x)$ $(0<\alpha<\beta<1)$, а в интервале $(-\pi, 0)$ определяется соотношением

$$f(-x)=-f(x).$$

Показать, что она интегрируема по Лебегу и что ее коэффициенты Фурье при синусах удовлетворяют соотношению

$$b_n = O\left(n^{\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}}\log n\right).$$

Выбирая α достаточно малым, а β/α достаточно близким к 1, показать, что при $q>2$ сходимость ряда $\sum|b_n|^q$ не может обеспечить принадлежность функции $f(x)$ к L^p с $p=p(q)>1$.

[Главная мысль этого примера: в то время как при $q=2$ сходимость ряда $\sum|b_n|^2$ влечет за собою принадлежность функции $f(x)$ к L^2, положение вещей резко меняется, когда q становится большим, чем 2.

Мы можем написать:

$$b_n=\frac{1}{\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\nu^\alpha\int\limits_{\pi/(\nu+1)^\beta}^{\pi/\nu^\beta}\{\sin(n+\nu^2)x+\sin(n-\nu^2)x\}\,dx.$$

Сумма членов, для которых $\sqrt{n}-2\leqslant\nu\leqslant\sqrt{n}+2$, есть

$$O(\nu^{\alpha-\beta-1})=O\left(n^{\frac{1}{2}(\alpha-\beta-1)}\right),$$

сумма членов, для которых $\nu\leqslant\sqrt{n}-2$, есть

$$O\left(\sum_{\nu\leqslant\sqrt{n}-2}\frac{\nu^\alpha}{n-\nu^2}\right)=O\left(n^{\frac{1}{2}\alpha}\int\limits_0^{\sqrt{n}-1}\frac{du}{n-u^2}\right)=$$

$$=O\left(n^{\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}}\int\limits_0^{1-n^{-\frac{1}{2}}}\frac{dv}{1-v^2}\right)=O\left(n^{\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}}\log n\right)$$

и аналогично оценивается сумма остальных членов *).]

19. Показать, что функция

$$f(x)=-x+\lim_{m\to\infty}\int\limits_0^x(1+\cos t)(1+\cos 4t)\ldots(1+\cos 4^{m-1}t)\,dt$$

имеет период 2π, непрерывна и имеет ограниченную вариацию, но что nb_n, где b_n — ее коэффициент Фурье при $\sin nx$, не стремится к нулю, так что $f(x)$ не является интегралом.

*) См. также Titchmarsh [2].

[Этот пример принадлежит Ф. Риссу *). Обозначим подынтегральную функцию через $\tau_m(x)$. Это — многочлен от $\cos x$ степени

$$1+4+\ldots+4^{m-1}=\frac{1}{3}(4^m-1).$$

При умножении на $1+\cos 4^m x$ появляются новые члены, первый из которых содержит

$$\cos\left\{4^m-\frac{1}{3}(4^m-1)\right\}x=\cos\frac{1}{3}(2\cdot 4^m+1)x.$$

Степень этого члена, таким образом, выше степени любого члена многочлена $\tau_m(x)$. Следовательно, $\tau_{m+1}(x)$ получается из $\tau_m(x)$ добавлением новых членов без изменения имеющихся. Ясно также, что все коэффициенты лежат между 0 и 1.

Пусть α_m — число отличных от нуля членов многочлена τ_m. Легко проверить, что $\alpha_{m+1}=3\alpha_m-1$. Таким образом, $\alpha_{m+1}-\alpha_m=3(\alpha_m-\alpha_{m-1})$, $\alpha_{m+1}-\alpha_m=3^m$. Следовательно, при $0<x\leqslant 2\pi$

$$\left|\int_0^x \{\tau_{m+1}(t)-\tau_m(t)\}\,dt\right|\leqslant 2\pi\frac{3^m}{\frac{1}{3}(2\cdot 4^m+1)}.$$

Следовательно, $\int_0^x \tau_m(t)\,dt$ равномерно стремится к некоторому пределу. Следовательно, функция $f(x)$ непрерывна. Так как, далее, $\int_0^x \tau_m(t)\,dt$ есть неубывающая функция от x, то таков же ее предел. Следовательно, $f(x)$ есть функция ограниченной вариации. Наконец, $b_{4^m}=1/4^m$.]

20. Показать, что если $a_n\cos nx+b_n\sin nx$ стремится к нулю на множестве положительной меры, то $a_n\to 0$ и $b_n\to 0$.

21. Показать, что взаимно обратные формулы

$$F(x)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}f(t)\,dt,\qquad f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixt}F(t)\,dt$$

верны в тех же условиях, что и интегральная формула Фурье.

22. Вывести в соответствующих условиях формулы обращения Меллина

$$\varphi(s)=\int_0^{\infty} x^{s-1}\psi(x)\,dx,\qquad \psi(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\varphi(s)\,x^{-s}\,ds$$

из формул предыдущего примера.

23. Показать, что функции $x^{-\frac{1}{2}}$, $e^{-\frac{1}{2}x^2}$, $\operatorname{sech} x\sqrt{\frac{1}{2}\pi}$ переводятся сами в себя косинус-преобразованием Фурье, а функции $x^{-\frac{1}{2}}$, $xe^{-\frac{1}{2}x^2}$,

*) F. Riesz [3].

$\frac{1}{e^{x\sqrt{2\pi}}-1}-\frac{1}{x\sqrt{2\pi}}$ переводятся сами в себя синус-преобразованием Фурье.

24. Представить функцию $e^{-a|x|}$, где $a>0$, интегралом Фурье. Проверить формулу § 13.9.6 (2) для функций

$$f(x)=e^{-ax},\quad \varphi(x)=e^{-bx}.$$

25. Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\sin ax \sin bx}{x^2}\,dx$$

с помощью формулы § 13.9.6 (2).

26. Пусть $f(x)$ — принадлежащая к $L(0, \infty)$ непрерывная функция, монотонно убывающая и стремящаяся к нулю при $x\to\infty$ (или разность двух функций такого типа). Пусть $\alpha>0$, $\alpha\beta=2\pi$, и пусть $g(x)$ — функция, получающаяся из $f(x)$ косинус-преобразованием Фурье. Тогда

$$\sqrt{\alpha}\left\{\frac{1}{2}f(0)+\sum_{n=1}^{\infty}f(n\alpha)\right\}=\sqrt{\beta}\left\{\frac{1}{2}g(0)+\sum_{n=1}^{\infty}g(n\beta)\right\}.$$

[Это соотношение известно как формула Пуассона. Нетрудно проверить, что

$$\sqrt{\beta}\left\{\frac{1}{2}g(0)+\sum_{m=1}^{n}g(m\beta)\right\}=\frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi}\int_0^\pi f\left(\frac{t}{\beta}\right)\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt+$$
$$+\frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\int_{(2m-1)\pi}^{(2m+1)\pi} f\left(\frac{t}{\beta}\right)\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt.$$

Это выражение отличается от левой части формулы Пуассона на

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi}\int_0^\pi\left\{f\left(\frac{t}{\beta}\right)-f(0)\right\}\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt+$$
$$+\frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\int_{(2m-1)\pi}^{(2m+1)\pi}\left\{f\left(\frac{t}{\beta}\right)-f\left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)\right\}\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt.$$

Поставленные нами условия обеспечивают равномерную относительно n сходимость этого ряда; действительно, из второй теоремы о среднем значении нетрудно вывести, что его общий член есть $O\left[f\left\{\frac{(2m-1)\pi}{\beta}\right\}\right]$ равномерно относительно n. Далее, каждый член ряда стремится к нулю при $n\to\infty$ (как в доказательстве достаточности признака Жордана), что и завершает доказательство *).]

27. Поверить формулу Пуассона для функции $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$. [Она совпадает в существенном с формулой примера (III) § 3.2.2.]

28. Вывести из формулы Пуассона, что при $x>0$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-n^2x^2}=\frac{\sqrt{\pi}}{x}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{n^2\pi^2}{x^2}}.$$

29. Просуммировать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\nu}J_\nu(n\beta)$, где $\beta>0$, $\nu>\frac{1}{2}$, пользуясь формулой Пуассона и первой формулой примера 5 гл. I.

---

*) О других условиях, в которых верна эта формула, см. Linfoot [1], Mordell [2].

БИБЛИОГРАФИЯ

Это — список книг (составленный по возможности из книг, имеющихся на английском языке), по которым читатель может продолжить знакомство с затронутыми вопросами.

К ГЛАВЕ I

Bromwich T. J. I'A. Theory of infinite series.—ed. 2.—London, 1926.
Knopp K. Theory and application of infinite series.—London, 1928.
Chaundy T. W. The differential calculus.—Oxford, 1935.

К ГЛАВАМ II—V

Copson E. T. Theory of functions of a complex variable.—Oxford, 1935.
Dienes P. The Taylor series.—Oxford, 1931.
Whittaker E. T. and Watson G. N. Modern analysis.—ed. 4.—Cambridge, 1927 (Уиттекер Е. Т. и Ватсон Г. Н. Курс современного анализа.—М.: ГТТИ, 1933—1934).
Watson G. N. Complex integration and Cauchy's theorem.—Cambridge tracts, 1914, **15**.

К ГЛАВЕ VI

Dienes P.—См. выше.
Carathéodory C. Conformal representation.—Cambridge tracts, 1932, **28** (Каратеодори К., Конформное отображение.—М.; Л., 1934).

К ГЛАВЕ VII

Dienes P.—См. выше.
Landau E. Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie.—Berlin, 1929.

К ГЛАВЕ VIII

Valiron G. Lectures on the general theory of integral functions.—Toulouse, 1923.
Nevanlinna R. Le théorème de Picard—Borel et la théorie des fonctions méromorphes.—Paris, 1929.
Nevanlinna R. Eindeutige analytische Funktionen.—Berlin, 1936 (Неванлинна Р. Однозначные аналитические функции.—М.; Л.; 1941).

К ГЛАВЕ IX

Hardy G. H. and Riesz M. The general theory of Dirichlet's series.—Cambridge tracts, 1915, № 18.
Besicovitch A. S. Almost periodic functions.—Cambridge, 1932.

К ГЛАВАМ X—XII

Hobson E. W. The theory of functions of a real variable.—ed. 2.—Cambridge, 1921—6.
Kestelman H. Modern theories of integration.—Oxford, 1937.
Littlewood J. E. The elements of the theory of real functions.—ed. 2.—Cambridge, 1926.
Saks S. Theory of the integral.—Warsaw, 1937 (Сакс С. Теория интеграла.—М., 1949).
Young L. C. The theory of integration.—Cambridge tracts, 1927, **21**.

К *ГЛАВЕ XIII*

Carlslaw H. S. Introduction to the theory of Fourier's series and integrals.—ed. 3.—London, 1930.
Paley R. and Wiener N. Fourier transforms in the complex domain.—New York, 1934.
Titchmarsh E. C. Introduction to the theory of Fourier integrals.—Oxford, 1937 (Титчмарш Е. К., Введение в теорию интегралов Фурье.—М.; Л., 1948).
Wiener N. The Fourier integral and certain of its applications.—Cambridge, 1933.
Zygmund A. Trigometrical series.—Warsaw, 1935 (Зигмунд А. Тригонометрические ряды.—М.: Мир, 1965).
Hobson E. W.—См. выше.

ОРИГИНАЛЬНЫЕ РАБОТЫ,
на которые имеются ссылки в тексте

Backlund R. J. [1] Über die Nullstellen der Riemannschen Zetafunktion.—Acta Math., 1918, **41**, 345—375.
Besicovitch A. [1] Über die Beziehung zwischen dem Maximum und Minimum des Moduls einer ganzen Funktion von der Ordnung < 1.—Bull. Acad. Sc. Russ., 1924, 17—28.
Bohnenblust H. F. [1] Note on singularities of power series.—Proc. Nat. Acad. Science U. S. A., 1930, **16**, 752—754.
Bohr H. [1], [2], [3] Zur Theorie der Fastperiodischen Funktionen.—Acta Math., 1924, **45**, 29—127; 1925, **46**, 101—214; 1925, **47**, 237—281.
[4] On the limit values of analytic functions.—Journal London Math. Soc., 1927, **2**, 180—181.
Borel E. [1] Sur les zéros des fonction entieres.—Acta Math., 1897, **20**, 357—396.
Carleman T. [1] Über die Approximation analytischer Funktionen durch lineare Aggregate von vorgegebenen Potenzen.—Arkiv för Mat. Astr. o. Fys., 1922, **17**, № 9.
Carlson F. [1] Sur une classe de séries de Taylor. Thesis.—Upsala 1914.
[2], [3] Contributions à la théorie des séries de Dirichlet.—Arkiv för Mat. Astr. o. Fys., 1922, **16**, № 18; 1926, **19**, № 25.
Chandy T. W. and Jolliffe A. F. [1] The uniform convergence of a certain class of trigonometrical series.—Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1916, **15**, 214—216.
Egoroff D. T. [1] Sur les suites de fonctions mesurables.—Comptes Rendus, 1911, **152**, 244—246.
Estermann T. [1] On certain functions represented by Dirichlet series.—Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1928, **27**, 435—448.
[2] On Ostrowski's gap theorem.—Journal London Math. Soc., 1932, **7**, 19—20.

Fatou P. [1] Séries trigonométriques et séries de Taylor. — Acta Math., 1906, **30**, 335—400.

Fejér L. [1] Untersuchungen über Fouriersche Reihen. — Math. Annalen, 1904, **58**, 51—69.

[2] Beispiele stetiger Funktionen mit divergenter Fourierreihe. — Journal für Math., 1910, **137**, 1—5.

[3] Eine stetige Funktion, deren Fouriersche Reihe divergiert. — Rendiconti di Palermo, 1910, **18**, 402—404.

[4] Über gewisse Potenzreihen an der Konvergenzgrenze. — Münchener Bericht., 1910, **40**, № 3.

[5] Über die Positivität von Summen, die nach trigonometrischen oder Legendreschen Funktionen fortschreiten. — Acta Reg. Univ. Hungaricae Francisco-Josephinae, 1925, **2**, 75—86.

Fischer E. [1] Sur la convergence en moyenne. — Comptes Rendus, 1907, **144**, 1022—1024.

Gronwall T. H. [1] Über die Gibbssche Erscheinung und die trigonometrischen Summen $\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \ldots + \frac{1}{n}\sin x$. — Math. Annalen, 1912, **72**, 228—243.

Hadamard J. [1] Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor. — Journal de Math., Ser. 4, 1892, **8**, 101—186.

[2] Étude sur les propriétés des fonctions entiéres et en particulier d'une fonction considérée par Riemann. — Journal de Math., Ser. 4, 1893, **9**, 171—215.

[3] Théorème sur les séries entières. — Acta Math., 1899, **22**, 55—64.

Hardy G. H. [1] On differentiation and integration of divergent series. — Trans. Camb. Phil. Soc., 1904, **19**, 297—321.

[2] On the zeros of certain classes of integral Taylor series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1905, **2**, 332—339, 401—431.

[3] On double Fourier series. — Quart. J. of Math., 1905, **37**, 53—79.

[4] On the function $P_s(x)$. — Quart. J. of Math., 1905, **37**, 146—172.

[5] A note on the continuity or discontinuity of a function defined by an infinite product. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1908, **7**, 40—48.

[6] Further researches in the theory of divergent series and integrals. — Trans. Camb. Phil. Soc., 1908, **21**, 1—48.

[7] Theorems connected with Maclaurin's test for the convergence of series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1909, **9**, 126—144.

[8] The mean value of the modulus of an analytic function. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1914, **14**, 269—277.

[9] Weierstrass's non-differentiable function. — Trans. Amer. Math. Soc., 1916, **17**, 301—325.

[10] The application of Abel's method of summation to Dirichlet series. — Quart. J. of Math., 1916, **47**, 176—192.

[11] Sir George Stokes and the concept of uniform convergence. — Proc. Camb. Phil. Soc., 1918, **19**, 148—156.

[12] On some properties of integrals of fractional order. — Messenger of Math., 1918, **47**, 145—150.

[13[On certain criteria for the convergence of the Fourier series of a continuous function. — Messenger of Math., 1920, **49**, 149—155.

[14] On two theorems of F. Carlson and S. Wigert, — Acta Math., 1920, **42**, 327—339.

[15] On the integration of Fourier series. — Messenger of Math., 1922, **51**, 186—192.

[16] On Fourier transforms. — Messenger of Math., 1924, **53**, 135—142.

[17] An inequality between integrals. — Messenger of Math., 1925, **54**, 150—156.

[18] A theorem concerning harmonic functions. — Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 130—131.
[19] Further inequalities between integrals. — Messenger of Math., 1927, **57**, 12—16.
[20] Prolegomena to a chapter on inequalities. — Journal London Math. Soc., 1929, **4**, 61—78.

Hardy G. H. and Littlewood J. E. [1] Contributions to the arithmetic theory of series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1911, **11**, 411—478.
[2] Tauberian theorems concerning power series and Dirichlet's series whose coefficients are positive. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1914, **13**, 174—191.
[3] Abel's theorem and its converse. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1918, **18**, 205—235.
[4] Abel's theorem and its converse II. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1923, **22**, 254—269.
[5] Some properties of fractional integrals. — Math. Zeitschrift, 1928, **27**, 565—606.
[6] A convergence criterion for Fourier series. — Math. Zeitschrift. 1928, **28**, 612—634.

Haslam-Jones U. S. [1] A note on the Fourier coefficients of unbounded functions. — Journal London Math. Soc., 1927, **2**, 151—154.

Hausdorff F. [1] Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen. — Math. Zeitschrift, 1923, **16**, 163—169.

Hille E. and Tamarkin J. D. [1] Remarks on a known example of a monotone continuous function. — American Math. Monthly, 1929, **36**, 255—264.

Hobson E. W. [1] Generalization of a theorem of F. Riesz. — Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 211—218.

Hurwitz A. [1] Ueber die Nullstellen der Bessel'schen Funktion. — Math. Annalen, 1889, **33**, 246—266.

Izumi S. [1] On the distribution of the zero points of sections of a power series. — Japanese Journal of Math., 1927, **4**, 29—32.

Jentzsch R. [1] Untersuchungen zur Theorie der Folgen analytischer Funktionen. — Acta Math., 1917, **41**, 219—270.

Karamata J. [1] Über die Hardy — Littlewoodschen Umkehrungen des Abelschen Stetigkeitssatzes. — Math. Zeitschrift, 1930, **32**, 319—320.

Knopp K. [1] Über Lambertsche Reihen. — Journal für Math., 1912, **142**, 283—315.
[2] Ein einfaches Verfahren zur Bildung stetiger, nirgends differenzierbarer Funktionen. — Math. Zeitschrift, 1918, **2**, 1—26.

Kolmogoroff A. [1] Une contribution à l'étude de la convergence des séries de Fourier. — Fundamenta Math., 1924, 5, 96—97.

Landau E. Über eine Verallgemeinerung des Picardschen Satzes. — Sitzungsber. Preuss. Akad. Wissensch., 1904, 1118—1133.
[2], [3], [4] Abschätzung der Koeffizientensumme einer Potenzreihe. — Archiv der Math. und Phys., Ser. 3, 1913, **21**, 42—50, 250—255; Ser. 3, 1916, **24**, 250—260.
[5] Über die Zetafunktion und die Hadamardsche Theorie der ganzen Funktionen. — Math. Zeitschrift, 1927, **26**, 170—175.

Landau E. und Walfisz A, [1] Über die Nichtfortsetzbarkeit einiger durch Dirichetsche Reihen definierter Funktionen. — Rendiconti di Palermo, 1919, **44**, 82—86.

Linfoot E. H. [1] A sufficiency condition for Poisson's formula. — Journal London Math. Soc., 1928, **4**, 54—61.

Littlewood J. E. [1] A general theorem on integral functions of finite order. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1908, **6**, 189—204.
[2] On a class of coditionally convergent infinite products. — Proc London Math. Soc., Ser. 2, 1910, **8**, 195— 199,

[3] The converse of Abel's theorem on power series.—Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1911, **9**, 434—448.
[4] On the zeros of the Riemann zeta-function.—Proc. Camb. Phil. Soc., 1924, **22**, 295—318.

Montel P. [1] Sur les familles de fonctions analytiques qui admettent des valeurs exceptionnelles dans un domaine.—Annales de l'Ecole Normale, Ser. 3, 1912, **23**, 487—535.

Mordell L. J. [1] On power series with the circle of convergence as a line of essential singularities.—Journal London Math. Soc., 1927, **2**, 146—148.
[2] Poisson's summation formula and the Riemann zeta-function.—Journal London Math. Soc., 1928., **4**, 285—291.

Ostrowski A. [1] On representation of analytical functions by power series.—Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 251—263.

Phragmén E. and Lindelöf E. [1] Sur une extension d'un princip classique de l'analyse.—Acta Math., 1908, **31**, 381—406.

Plancherel M. [1] Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies.—Rend. di Palermo, 1910, **30**, 289—335.
[2] Sur la convergence et sur la sommation par les moyennes de Cesàro de $\lim_{z=\infty} \int_a^z f(x) \cos xy\, dx$.—Math. Annalen, 1915, **76**, 315—326.
[3] Sur les formules d'inversion de Fourier et de Hankel.—Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1925, **24**, 62—70.

Plessner A. [1] Zur Theorie der konjugierten trigonometrischen Reihen.—Mitteilungen des Math. Seminars der Univ. Giessen, 1923.
[2] Über Konvergenz von trigonometrischen Reihen.—Journal für Math., 1926, **155**, 15—25.

Pollard S. [1] On Fourier's integral.—Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1927, **26**, 12—24.

Pólya G. [1] On the zeros of an integral function represented by Fourier's integral.— Messenger of Math., 1923, **52**, 185—188.
[2] On an integral function of an integral function.—Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 12—15.
[3] On the minimum modulus of integral functions.—Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 78—86.
[4] Untersuchungen über Lücken und Singularitäten von Potenzreihen.—Math. Zeitschrift, 1929, **29**, 549—640.

Rajchman A. et Saks S. [1] Sur la dérivabilité des fonctions monotones.—Fundamenta Math., 1923, **4**, 204—213.

Ramanujan S. [1] Some formulae in the analytic theory of numbers.—Messenger of Math., 1915, **45**, 81—84.

Riesz F. [1] Über orthogonale Funktionensysteme.—Göttinger Nachrichten 1907, 116—122.
[2] Untersuchungen über Systeme integrierbarer Funktionen.—Math. Annalen, 1910, **69**, 449—497.
[3] Über die Fourierkoeffizienten einer stetigen Funktion von beschränkter Schwankung.—Math. Zeitschrift, 1918, **2**, 312—315.
[4] Über eine Verallgemeinerung der Parsevalschen Formel.—Math. Zeitschrift, 1923, **18**, 117—124.

Riesz M. [1] Sur le principe de Phragmén—Lindelöf.— Proc. Camb. Phil. Soc., 1920, **20**, 205—207; и поправка там же, 1921, **21**, 6.

Ritt J. F. [1] Representation of analytic functions as infinite products.—Math. Zeitschrift, 1930, **32**, 1—3.

Sierpinski W. [1] Un lemme métrique.—Fundamenta Math., 1923, **4**, 201—203.

Titchmarsh E. C. [1] Hankel transforms.—Proc. Camb. Phil. Soc., 1923, **21**, 463—473.

[2] A note on the Riesz — Fisher theorem in the theory of trigonometrical series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1923, **22**, Records for February.
[3] A contribution to the theory of Fourier transforms. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1924, **23**, 279—289.
[4] Conjugate trigonometrical series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1925, **24**, 109—130.
[5] A theorem on infinite products. — Journal London Math. Soc., 1926, **1**, 35—37.
[6] On integral functions with real negative zeros. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1927, **26**, 185—200.
[7] A theorem on Lebesgue integrals. — Journal London Math. Soc., 1927, **2**, 36—37.
[8] On an inequality satisfied by the zeta-function of Riemann. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1929, **28**, 70—80.

Valiron G. [1] Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini. — Annales de Toulouse, Ser. 3, 1913, **5**, 117—257.

Waerden B. L. van der [1] Ein einfaches Beispiel einer nicht differenzierbaren stetigen Funktion. — Math. Zeitschrift, 1930, **32**, 474—475.

Watson G. N. [1] Theorems stated by Ramanujan (II): Theorems on summation of series. — Journal London Math. Soc., 1928, **3**, 216—225.

Wigert S. [1] Sur um théorème concernant les fonctions entières. — Arkiv för Mat. Astr. o. Fys., 1916, **11**, № 22.

Wilson B. M. [1] Proofs of some formulae enunciated by Ramanujan. Proc. London. Math. Soc., Ser. 2, 1922, **21**, 235—255.

Wiman A. [1] Über eine Eigenschaft der ganzen Funktionen von ber Höhe Null. — Manth. Annalen, 1915, **76**, 197—211.

Young W. H. [1] On the integration of Fourier series. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1910, **9**, 449—462.
[2] Sur la généralisation du tréorème de Parseval. — Comptes Rendus, 1912, **155**, 30—33.
[3] Sur la sommabilité d'une fonction dont la série de Fourier est donnée. — Comptes Rendus, 1912, **155**, 472—475.
[4] On classes of summable functions and their Fourier series. — Proc. Royal Soc., Ser. A, 1912, **87**, 225—229.
[5] On the multiplication of successions of Fourier constants. — Proc. Royal Soc., Ser. A, 1912, **87**, 331—339.
[6] On the determination of the summability of a function by means of its Fourier constants. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1913, **12**, 71—88.
[7] On restricted Fourier series and the convergence of power series. — Proc. London Math. Soc., 1918, **17**, 353—366.

Young W. H. and Young G. C. [1] On the existence of a differential coefficient. — Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 1910, **9**, 325—335.
[2] On the theorem of Riesz — Fischer. — Quart. J. of Math., 1913, **44**, 49—88.

Zygmund A. [1] On a theorem of Cstrowski. — Journal London Math. Soc., 1931, **6**, 162—163.

ДОБАВЛЕНИЕ ПЕРЕВОДЧИКА

Carleson L. [1] On convergence and growth of partial sums of Fourier series. — Acta Math., 1966, **116**, 135—157.

Fefferman Ch. [1] Pointwise convergence of Fourier series. — Annals of Math., 1973, **98**, № 3, 551—572.

Hunt R. A. [1] On the convergence of Fourier series, orthogonal expansions and their continuous analogues (Proc. Conf. Edwardsville, Ill., 1967), 235—255, Southern Illinois Univ. Press., Carbondale, Ill., 1968.

Wielandt H. [1] Zur Umkehrung des Abelschen Stetigkeitssatzes. — Math. Zeitschrift, 1952, **56**, 206—207.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ