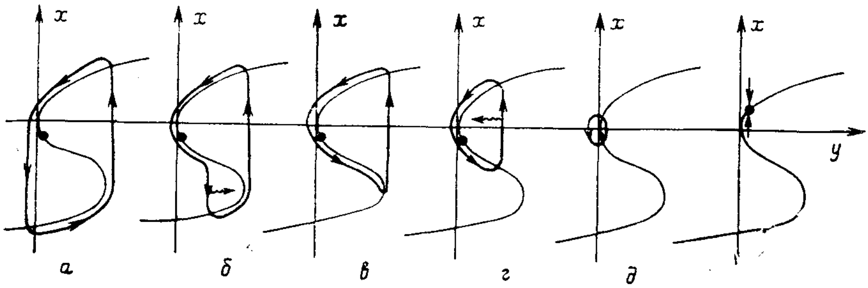

Рис. 75. Эволюция цикла при $f(x)=x^2+x^3$:
а) большой цикл; *б*) «утка с головой»; *в*) *г*) «утки без головы»; *д*) *е*) бифуркация исчезновения цикла

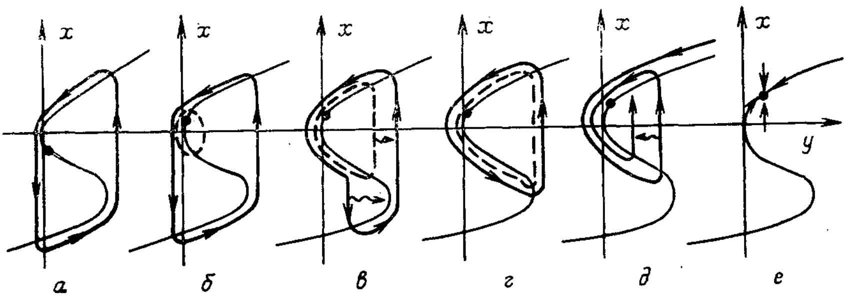

Рис. 76. Эволюция цикла при $f(x)=x^2-x^3+x^5$:
а) большой цикл; *б*)—*в*) бифуркация рождения (малого неустойчивого) цикла; *в*) асимптотически неустойчивый цикл внутри асимптотически устойчивого; *г*) слияние устойчивого и неустойчивого циклов и их исчезновение; *д*) — «лестница» с фиксированными ступенями; *е*) устойчивая особая точка

вующего уравнения стремятся к устойчивому положению равновесия, а для значений a, лежащих на интервале между экстремумами и достаточно удаленных от его концов, — к устойчивому циклу, расположенному на расстоянии $O(\varepsilon^{2/3})$ от цикла, изображенного на рис. 75*а*. Оказывается, что с изменением a в семействе уравнений $(11_{\varepsilon,a})$ при $\varepsilon=\text{const}$ притягивающее решение уравнения меняется непрерывно и на малом (порядка $\exp(-1/\varepsilon)$) интервале изменения a оказывается близким к решениям-уткам вырожденной системы. Соответствующие решения уравнения $(11_{\varepsilon,a})$ также называют решениями-утками. На рис. 75 показана перестройка решений-уток в семействе $(11_{\varepsilon,a})$ для $f(x)=x^3+x^2$, а на рис. 76 — для $f(x)=x^5-x^3+x^2$. На рис. 77 заштрихована область пространства параметров на плоскости (ε, a), соответствующая решениям-уткам.

При прохождении a через 0 в отрицательном направлении особая точка (0, 0) теряет устойчивость. От знака $f'''(0)$ зависит, будет ли потеря устойчивости мягкой или жесткой: при

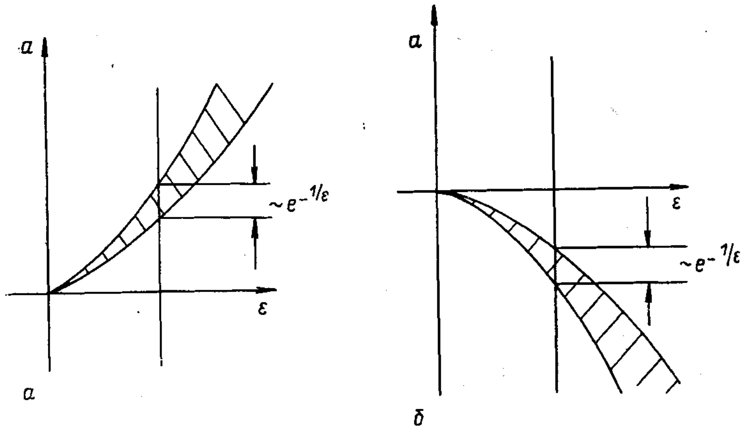

Рис. 77. Область «уточных» значений параметров (ε, a) заштрихована. Ниже этой области — большой цикл, выше — устойчивая особая точка. Линия $a=0$ — линия бифуркации рождения — исчезновения цикла. $f'(0)=0$, $f''(0)>0$; *а*) $f'''(0)<0$, *б*) $f'''(0)>0$

$f'''(0)>0$ потеря устойчивости — мягкая, с рождением малого устойчивого цикла; при $f'''(0)<0$ — жесткая, с исчезновением малого неустойчивого цикла. Эта бифуркация, происходящая вне области параметров, соответствующих решениям-уткам, показана на рис. 75*г*, *д* и рис. 76*б*, *а*.

5.2. Существование решений-уток.

Определение. Назовем *простой вырожденной уткой* ориентированную связную кривую, состоящую из трех дуг: первая и последняя — это интервалы фазовой кривой уравнения быстрых движений, а вторая — это дуга медленной кривой, состоящая из связного устойчивого и связного неустойчивого участков (рис. 78); сначала проходится устойчивый, а затем — неустойчивый участок.

Теорема 1 (существование уток в окрестности складки). Рассмотрим систему

$$\dot{x}=f(x, y, a), \quad \dot{y}=\varepsilon g(x, y, a). \qquad (12_{\varepsilon,a})$$

Пусть при любом фиксированном a медленная кривая соответствующей быстро-медленной системы имеет точку складки, через которую с ненулевой скоростью проходит особая точка системы при прохождении a через 0. Тогда для каждой простой вырожденной утки, проходящей через точку складки, существует функция $A:\varepsilon\mapsto A(\varepsilon)$, $A(0)=0$, такая, что уравнение $(12_{\varepsilon,A(\varepsilon)})$ имеет решение, фазовая кривая которого стремится к вырожденной утке при $\varepsilon\to 0$.

Теорема 2 (существование уток в окрестности самопересечения). Пусть при $a=0$ медленная кривая системы $(12_{\varepsilon,a})$

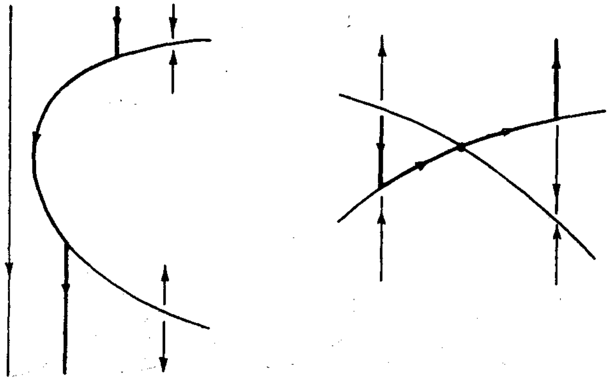

Рис. 78. Простые вырожденные утки

имеет простую точку самопересечения, и в этой точке выполнено условие $\partial f/\partial a \neq 0$. Пусть функция g нигде не обращается в нуль. Тогда для каждой простой вырожденной утки, проходящей через точку самопересечения, справедливо заключение теоремы 1.

Теорема 3 (жизнь уток коротка). Пусть A_1 и A_2 — две функции из теоремы 1 либо 2, соответствующие двум вырожденным уткам. Тогда существует такое $c > 0$, что $|A_1(\varepsilon) - A_2(\varepsilon)| < e^{-1/c\varepsilon}$ для всех достаточно малых ε.

Все функции $A(\varepsilon)$, соответствующие уткам, имеют одно и то же асимптотическое разложение по степеням ε. Существует алгоритм вычисления коэффициентов этого разложения через производные функций f и g в критической точке. Аналогичное утверждение справедливо для самих решений-уток: на участке медленного движения они экспоненциально близки. Более того, пусть имеются две простые вырожденные утки, две (возможно совпадающие) функции $A_1(\varepsilon)$ и $A_2(\varepsilon)$ и два семейства решений системы $(12_{\varepsilon, A_i(\varepsilon)})$, $i = 1, 2$, фазовые кривые которых сходятся к соответствующим вырожденным уткам. Возьмем отрезки этих фазовых кривых, сходящиеся к дуге медленной кривой, которая образована пересечением медленных дуг двух вырожденных уток, с последующим удалением фиксированных окрестностей концов этого пересечения. Тогда найдется такое $c > 0$, что один из отрезков фазовой кривой лежит в $e^{-1/c\varepsilon}$ — окрестности другого для всех достаточно малых ε. Все медленные участки всех решений-уток имеют одно и то же асимптотическое разложение по степеням ε. Существует алгоритм вычисления коэффициентов этого разложения через функции f и g и их производные.

5.3. Эволюция простых вырожденных уток. Фиксируем начальную точку (x_0, y_0), не лежащую на медленной кривой, такую, что выходящий из нее отрезок быстрого движения приводит на устойчивую ветвь медленной кривой. Пусть ε фиксировано, а параметр a меняется, проходя через интервал «уточных» значений. В пределе при $\varepsilon \to 0$ мы получим эволюцию простых вырожденных уток, показанную на рис. 79, 80.

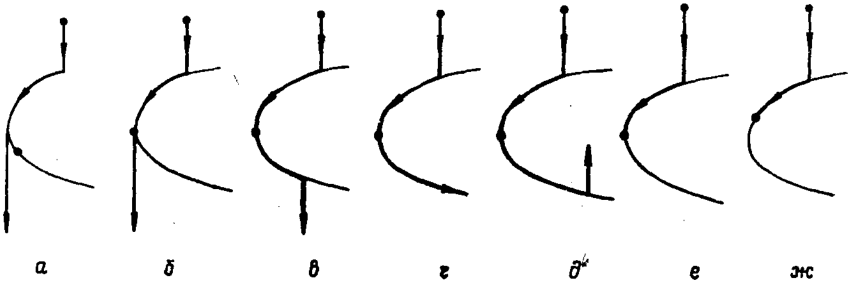

Рис. 79. Эволюция простых вырожденных уток в точке складки (утки присутствуют на рисунках *в*, *г*, *д*)

Рис. 80. Эволюция простых вырожденных уток близ точек самопересечения (утки присутствуют на рисунках *в*, *г*, *д*)

Предел всей положительной полутраектории может состоять из конечного или бесконечного числа склеивающихся между собой простых вырожденных уток (последнее справедливо, в частности, для уток-циклов); вопрос в том, как склеиваются между собой простые утки, решается с помощью так называемой «функции входа-выхода» (см. [73], [128], [73 : 2]).

5.4. Полулокальное явление: утки с релаксацией. Пусть при $a=0$ медленная кривая имеет две точки складки P и Q с одинаковой координатой y_0, причем отрезок PQ не содержит других точек медленной кривой; пусть быстрое движение направлено от P к Q. Изменим определение простой вырожденной утки, «вставив» между устойчивым и неустойчивым участками медленной кривой дополнительный отрезок фазовой кривой уравнения быстрых движений. Предположим, что при прохождении a через 0 y-координаты точек P и Q проходят друг через друга с ненулевой скоростью. Пусть в окрестности точек P и Q функция g не обращается в нуль, причем знаки этой функции таковы, что медленное движение в окрестности P направлено к точке P, а в окрестности Q — от точки Q. В этих предположениях для уток с релаксацией (т. е. для нового определения простой вырожденной утки) справедливы аналоги теорем 1 и, по-видимому, 3. Эволюция уток с релаксацией показана на рис. 81, 82.

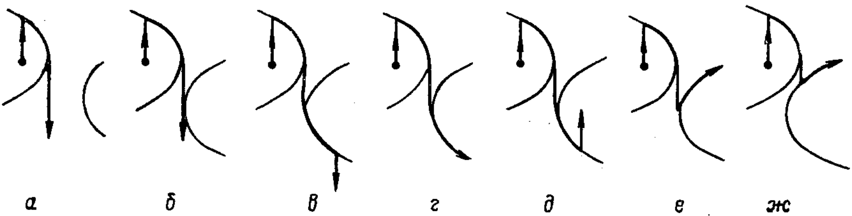

Рис. 81. Эволюция простых вырожденных уток с релаксацией (утки присутствуют на рисунках *в*), *г*), *д*))

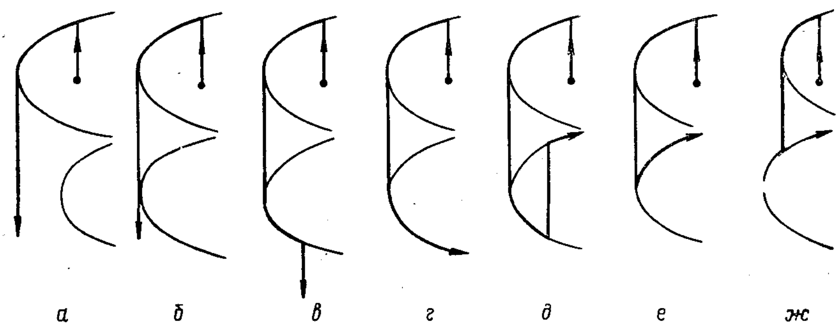

Рис. 82. Эволюция простых вырожденных уток с релаксацией — второй вариант (утки присутствуют на рисунках *в*, *г*, *д*)

5.5. Утки в $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^n$. В размерности 3 и выше у быстро-медленных уравнений с одной быстрой переменной утки существуют уже для уравнений общего положения (а не только для однопараметрических семейств уравнений, как в двумерном случае). Рассмотрим уравнение

$$\dot{x}=f(x,\ y),\quad \dot{y}=\varepsilon g(x,\ y), \tag{13_ε}$$

где $x\in\mathbf{R}$, $y\in\mathbf{R}^{n-1}$, $n\geqslant 3$.

Назовем *простой вырожденной уткой* ориентированную связную кривую, состоящую из трех дуг: первая и последняя суть интервалы фазовой кривой уравнения быстрых движений, а вторая есть кривая γ, являющаяся объединением $\gamma_1 \cup \{p\} \cup \gamma_2$, где p — критическая точка, а γ_1 и γ_2 — интервалы фазовых кривых медленного уравнения, расположенные соответственно на устойчивой и неустойчивой ветвях медленной поверхности (вначале проходится γ_1, затем γ_2). Если кривая γ — гладкая (в точке p), то будем и утку называть гладкой.

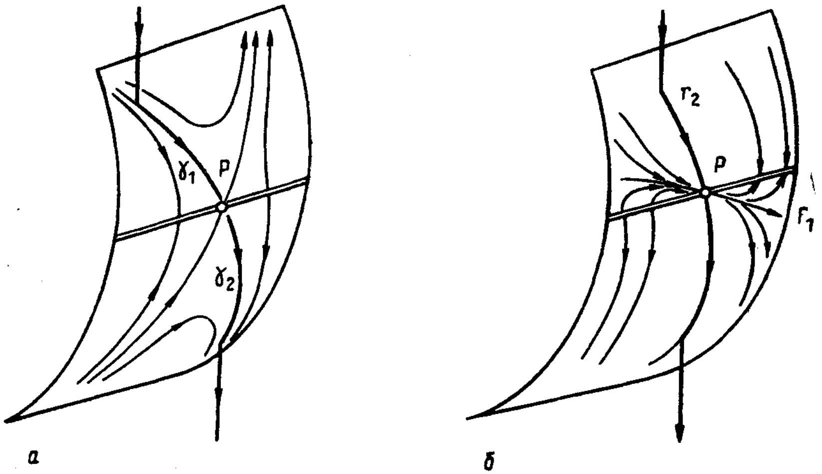

Рис. 83. Утки в $\mathbf{R}^3$, проходящие через сложенное седло (*а*) и сложенный узел (*б*)

Медленное уравнение общего положения на двумерной поверхности в $\mathbf{R}^3$ может иметь особенности трех типов: сложенные узлы, седла и фокусы (см. § 2). Вырожденные утки существуют только для сложенных седел и для некоторых сложенных узлов (рис. 83). В случае сложенного седла (при дополнительных условиях невырожденности, которые мы здесь явно не формулируем) справедлив аналог теоремы 1 [126]: для любой простой вырожденной утки, проходящей через сложенное седло, уравнение (13_ε) имеет решение, фазовая кривая которого стремится к вырожденной утке при $\varepsilon \to 0$.

В случае сложенного узла этот принцип впервые нарушается: не любая вырожденная утка служит пределом решений уравнения (13_ε).

Пример. Рассмотрим уравнение

$$\dot{x} = -(x^2 + y_1), \quad \dot{y}_1 = \varepsilon(ay_2 + bx), \quad \dot{y}_2 = \varepsilon. \qquad (14_\varepsilon)$$

При $b^2/a > 8$ медленное уравнение имеет в начале координат сложенный узел: при $b > 0$ через этот узел проходят вырожденные утки. Оказывается [127], что если отношение собственных чисел линеаризации медленного уравнения не является целым, то гладкая вырожденная утка служит пределом фазовых траекторий уравнения (14_ε) в том и только в том случае, если ее дуга, лежащая на медленной поверхности, является дугой либо кривой Γ_1, либо кривой Γ_2, где Γ_1 и Γ_2 — аналитические фазовые траектории медленного уравнения (см. рис. 83*б*). В то же время в этом примере при некоторых значениях параметров a и b существуют негладкие вырожденные утки, служащие пределом фазовых траекторий (14_ε).

Изучены также утки с релаксацией в $\mathbf{R}^3$ [126]. Для гладких простых вырожденных уток в $\mathbf{R}^n$ С. Н. Самборский [96] получил необходимые и достаточные условия существования такой малой (порядка ε) деформации функций f и g в уравнении (13_ε), что у продеформированного уравнения имеется решение, сходящееся к заданной вырожденной утке при $\varepsilon \to 0$. Эти условия являются условиями сочленения в критической точке p и состоят в следуюещм: если касательная к γ в точке p не вертикальна, то $g(p) \neq 0$, а если вертикальна, то $\partial g/\partial x(p) \neq 0$.

Заслуга открытия и исследования уток (1977) принадлежит группе французских и алжирских математиков, в которую входят Бенуа, Калло, Ф. Дьене, М. Дьене. Обзор и библиографию можно найти в работах ([73], [73 : 1]).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Литература по теории бифуркаций необъятна; например, библиография в [133] содержит около 700 работ. Библиография из 4405 работ по динамическим системам собрана Шираивой (Bibliography of dynamical systems, march 1985, compiled by K. Shiraiva, dep. of math., College of general education, Nagoya university, prepprint series 1985, № 1, Nogoya, 390 p). К сожалению, она весьма неполно представляет теорию бифуркаций, особенно ее ранний период (до 1970 г.).

А. Пуанкаре в своей диссертации, в работах по теории равновесия вращающейся жидкости и по небесной механике заложил неформальные основы теории бифуркаций, включая, например, теорию версальных деформаций и технику нормальных форм. Формальные основы теории бифуркаций заложены А. А. Андроновым и его учениками [1]—[9], исходившими в своих исследованиях из прикладных задач. В частности, ими подробно изучена бифуркация рождения цикла при потере устойчивости положением равновесия, по недоразумению называемая зачастую бифуркацией Хопфа. К сожалению, ранние работы А. А. Андронова [1], [4], [5], [6] недостаточно широко известны на Западе.

Н. Н. Семенов [98] и Я. Б. Зельдович [74] исследовали важные практические приложения теории бифуркаций общего положения, включая также семейства бифуркаций, то есть то, что теперь называется «несовершенными бифуркациями» [151].

К раннему периоду исследования бифуркаций рождения цикла и торов относятся работы Ю. И. Неймарка [87], Н. Н. Брушлинской [44], В. К. Мельникова [85], Сакера [91]. В работах В. К. Мельникова и Сакера была исправлена ошибка Неймарка, открывшего бифуркацию рождения тора при потере устойчивости автоколебанием, но пропустившего случаи сильного резонанса. В [85] и [191] были предсказаны «главные системы» и основные черты их версальных деформаций в случае слабых и сильных резонансов порядка, отличного от 4. Современные формулировки опубликованы Такенсом в 1974 г. (его доказательства до сих пор не появились), а для резонансов 1 : 1 — В. И. Арнольдом в 1972 г. [19] (доказательства опубликованы Р. И. Богдановым [43]). Случаи сильного резонанса исследованы В. И. Арнольдом [21]. Доказательства для резонансов порядка, отличного от 4, опубликованы лишь Е. И. Хорозовым [104]. О бифуркациях автоколебаний вблизи резонанса 1 : 4 см. [20], [21], [41], [42], [88].

Н. Н. Брушлинская [45], [46] применила теорию бифуркаций торов к гидродинамическим уравнениям Навье — Стокса — область, ставшая модной лишь после того, как Рюэль и Такенс объявили о ее связи с турбулентностью [190] (см., впрочем, доклад А. Н. Колмогорова «Эксперимент и математическая теория в изучении турбулентности» и Н. Н. Брушлинской [46] на заседании Московского математического общества 18 мая 1965 г.). Обзор современного состояния теории бифуркаций торов, написанный Броером, см. в [129]. Бифуркация рождения цикла в гидродинамике исследовалась также В. И. Юдовичем [118] и подробно обсуждается в книге [173]. Эта книга ценна также обширным списком литературы. Ориентированное на вычислителя изложение теории и приложений бифуркации рождения цикла содержится в [160]. Бифуркации в распределенных системах и их приложения к теории горения обсуждаются в обзорах [54], [55]. О бифуркациях торов, рождающихся при потере устойчивости автоколебаний, см. [34], [123].

Анализ бифуркаций фазовых портретов в окрестности положений равновесия в типичных однопараметрических семействах многомерных систем был обоснован после того, как появилась общая теорема сведе́ния А. Н. Шошитайшвили [117], сводящая исследование произвольных локальных семейств к исследованию их ограничений на центральное многообразие. Важно отметить, что типичность редуцированного семейства равносильна типичности исходного; это также доказано в [117]. Само существование центрального многообразия установлено ранее В. А. Плиссом [19 : 70] (при отсутствии неустойчивого многообразия), а для общего случая — Кэли [173 : 1] и Хиршем, Пью и Шубом, (1971) подробное изложение — в [162].

Бифуркации фазовых портретов вблизи положения равновесия в типичных двупараметрических семействах полностью исследованы для случая двух нулевых собственных значений Р. И. Богдановым [43]. Изучение бифуркаций в случае двух мнимых пар собственных значений или одного нуля и одной мнимой пары после перехода к амплитудам приводит к исследованию бифуркаций в семействах векторных полей на плоскости с инвариантной парой прямых или инвариантной прямой соответственно. Трудности этого исследования оказались весьма значительными. После ряда попыток [19], [59], [60], [105], [157], [158] они были преодолены Жолондеком (п. п. 4.5, 4.6 главы 1 и [72]). Исследование бифуркаций фазовых портретов в локальном трехпараметрическом семействе векторных полей, содержащем росток с двумя нулевыми собственными значениями особой точки и дополнительным вырождением в нелинейных членах, в основном проведено в [141], [119], в статье Ф. С. Березовской и А. И. Хибника в сборнике «Методы качественной теории дифференциальных уравнений» (Горький, 1985, 128—138), и закончено в препринте R. Roussarie, On the number of limit cycles which appear by perturbation of separatrix loop of planar vector feilds. Preprint, Université de Bourgogne, 1986, 36 p.

Наибольшую сложность в исследовании бифуркаций положения равновесия на плоскости представляет задача о рождении предельных циклов. Как правило, основная часть решения этой задачи сводится к исследованию абелевых или сходных с ними интегралов по фазовым кривым специальной гамильтоновой системы. Эти исследования проводятся либо чисто вещественными методами [43], [72], [88], либо с помощью выхода в комплексную область с применением теоремы Пикара — Лефшеца, теории эллиптических интегралов и уравнений Пикара — Фукса [75], [76], [93], [104], [119], [141], [193].

«Опасные» и «безопасные» участки границы устойчивости исследованы Н. Н. Баутиным [35] (см. также [37]). Величина «опасных» и «безопасных» уклонений от границы устойчивости вблизи всех ее стратов до коразмерности 3 включительно оценена Л. Г. Хазиным и Э. Э. Шнолем [103].

Нормальные формы локальных векторных полей и диффеоморфизмов (по отношению к аналитическим, гладким и, прежде всего, конечногладким заменам) исследованы в [26 : 18], [38], [39], [64], [77], [97], [202]. Об универсальности Фейгенбаума см. обзор [57] и книгу [135], где указана обширная библиография.

Ранний период исследования нелокальных бифуркаций векторных полей на плоскости и сфере подытожен в [9], [36]. Структурная устойчивость и бифуркации векторных полей на двумерных поверхностях, отличных от плоскости и сферы, исследованы сравнительно недавно [185], [199] — [201]. С гипотезой о глобальных бифуркациях в однопараметрических семействах векторных полей на сфере (п. 2.2, гл. 3) тесно связана работа [169].

Нелокальные бифуркации многомерных систем исследованы, в основном, математиками школы А. А. Андронова. О бифуркациях гомоклинических траекторий негиперболического седла см. работы Л. П. Шильникова [109], [110], [113]. О бифуркациях гомоклинических траекторий негиперболического цикла см. [28], [31], [33], [180], гиперболического седла — [111], [112], [114], [147]. О бифуркациях контуров (на Западе называемых циклами) см. [30], [58], [62], [66], [139], [176]—[178], [180], [183]. Нелокальным бифуркациям в типичных двупараметрических семействах посвящены работы [49], [50], [65] — [67], [80], [81]. О цепочке бифуркаций, приводящих от точечного аттрактора к аттрактору Лоренца, см. [29], [101], [173]. О различных понятиях аттрактора см. [100], [101], [158], [173], [174], [181], [198].

Существенное значение для нелокальной теории бифуркаций имеет дифференциальная динамика [181], [198] и символическая динамика (в качестве общей ссылки укажем книгу В. М. Алексеева [14 : 1]).

Термин «релаксационные колебания» введен Ван дер Полем [206]. Ранний период развития теории релаксационных колебаний подытожен в [3], где содержатся многочисленные приложения. Обсуждению связи медленных движений в системах релаксационного типа с истинными движениями посвящены работы А. Н. Тихонова, А. Б. Васильевой и И. С. Градштейна [102], [53], [68]. Об асимптотике решений вблизи момента срыва см. работы Л. С. Понтрягина, Е. Ф. Мищенко, Н. Х. Розова и других [94], [86], [70]. Явление затягивания потери устойчивости в аналитической быстро-медленной системе при переходе пары собственных значений особой точки уравнения быстрых движений через мнимую ось описано на примере в работе ученицы Л. С. Понтрягина М. А. Шишковой [116]. Для уравнений общего положения это явление исследовано А. И. Нейштадтом [90].

Решения-утки быстро-медленных систем открыты и исследованы в работах [126] — [128], [96]; см. также обзор [73].

В качестве примера работы о стохастизации релаксационных колебаний укажем статью Н. Н. Ченцовой [106].

О применении метода усреднения в теории релаксационных колебаний см. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974, 503 с.

Мы оставили в этом обзоре в стороне обширную и быстро развивающуюся теорию бифуркаций систем с симметриями. Обилие разнообразных групп симметрий и их приложений, а также распространенность задач с симметриями в приложениях делают эту область очень привлекательной: здесь уже при малом числе параметров типичны сложные бифуркационные диаграммы. С современным состоянием этой теории можно ознакомиться по статьям и книге Голубицкого и Шеффера [150—153]; см. также [136], [145], [146], [148], [149], [195] — [197].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андронов А. А.*, Математические проблемы теории автоколебаний. В кн.: Первая Всес. конф. по автоколебаниям. МЛ ГТТИ, 1933, 32—71.
2. —, Собрание трудов. М.: Изд-во АН СССР, 1956, 538 с.

3. —, *Витт А. А., Хайкин С. Э.*, Теория колебаний. 2-е изд. М.: Физматгиз, 1959, 926 с.; 1-е изд. М.-Л., 1937, 520 с.
4. —, *Леонтович Е. А.*, К теории структуры разбиения плоскости на траектории. Докл. АН СССР, 1938, *21*, вып. 2, 427—430
5. —, —, Некоторые случаи зависимости предельных циклов от параметра. Уч. зап. Горьковск. ун-та, 1939, вып. 6, 3—24
6. —, —, Динамические системы 1-й степени негрубости на плоскости. Мат. сб., 1965, *68*, № 3, 328—372
7. —, —, Достаточные условия для негрубости первой степени динамической системы на плоскости. Дифференц. уравнения (Минск), 1970, *6*, вып. 12, 2121—2134
8. —, —, *Гордон И. И., Майер А. Г.*, Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966, 568 с.
9. —, —, —, —, Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967, 487 с.
10. —, *Любина А. Д.*, Применение теории Пуанкаре о точках бифуркации и смене устойчивости к простейшим автоколебательным системам. ЖЭТФ, 1935, вып. 5, 3—4, 296—309
11. —, *Понтрягин Л. С.*, Грубые системы. Докл. АН СССР, 1937, *14*, № 5, 247—250
12. *Аносов Д. В.*, О предельных циклах систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных. Мат. сб., 1960, *50*, вып. 3, 299—334
13. — Вступительная статья. В сб. «Гладкие динамические системы». М.: Мир, 1977, 7—31
14. —, *Арансон С. Х., Бронштейн И. У., Гринес В. З.*, Гладкие динамические системы. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Совр. пробл. матем. Фундам. направления, 1985, 1, 151—242.
15. *Арансон С. Х.*, Об отсутствии незамкнутых устойчивых по Пуассону траекторий и траекторий, двоякоасимптотических к двойному предельному циклу, у динамических систем первой степени негрубости на ориентируемых двумерных многообразиях. Мат. сб., 1968, *76*, вып. 2, 214—230
16. —, Динамические системы на двумерных многообразиях. В сб. «Тр. V Междунар. конф. по нелинейным колебаниям». Киев, 1970, *2*, 46—52
17. —, *Жужома Е. В., Малкин М. И.*, О взаимосвязи между гладкими и топологическими свойствами преобразований окружности (теоремы типа Данжуа). Горьк. ун-т, Горький, 1984. 152 с., Библиогр. 44 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 1984, № 3052—84 Деп.)
18. *Арнольд В. И.*, Малые знаменатели. I. Об отображениях окружности в окружность. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1961, *25*, вып. 1, 21—86
19. —, Лекции о бифуркациях и версальных семействах. Успехи мат. наук, 1972, *27*, вып. 2, 119—184
20. —, Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978, 304 с.
21. —, Потеря устойчивости автоколебаний вблизи резонанса и версальные деформации эквивариантных векторных полей. Функц. анализ и его прил., 1977, *11*, вып. 2, 1—10
22. —, Перестройки особенностей потенциальных потоков и метаморфозы каустик в трехмерном пространстве. Тр. семинаров им. И. Г. Петровского, 1982, вып. 8, 21—57
23. —, Замечания о теории возмущений для задач типа Матье. Успехи мат. наук, 1983, *38*, вып. 4, 189—203
24. — Обыкновенные дифференциальные уравнения. 3-е изд. М.: Наука, 1984, 272 с.
25. —, *Варченко А. Н., Гусейн-Заде С. М.*, Особенности дифференцируемых отображений. I. Классификация критических точек, каустик и волновых фронтов. М.: Наука, 1982, 304 с.
26. —, *Ильяшенко Ю. С.*, Обыкновенные дифференциальные уравнения. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Совр. пробл. матем. Фундам. направления, 1985, 1, 7—149

27. —, *Козлов В. В., Нейштадт А. И.*, Математические аспекты классической и небесной механики. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Совр. пробл. матем. Фундам. направления, 1985, 3, 9—309
28. *Афраймович В. С.*, О некоторых глобальных бифуркациях, связанных с возникновением счетного множества периодических движений. Горький, ГГУ, 1974
29. —, *Быков В. В., Шильников Л. П.*, О притягивающих негрубых предельных множествах типа аттрактора Лоренца. Тр. Моск. мат. о-ва, 1982, *44*, 180—212
30. —, *Шильников Л. П.*, Об особых траекториях динамических систем. Успехи мат. наук, 1972, *5*, № 3, 189—190
31. —, —, О некоторых глобальных бифуркациях, связанных с исчезновением неподвижной точки типа седло-узел. Докл. АН СССР, 1974, *219*, № 3, 1281—1285
32. —, —, О достижимых переходах от систем Морса — Смейла к системам со многими периодическими движениями. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1974, *38*, № 6, 1248—1288
33. —, —, О бифуркации коразмерности 1, приводящей к возникновению счетного множества торов. Докл. АН СССР, 1982, *262*, № 4, 777—780
34. —, —, Инвариантные двумерные торы, их разрушение и стохастичность. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1983, 3—26
35. *Баутин Н. Н.*, Поведение динамических систем вблизи границы области устойчивости. М.—Л.: Гостехиздат, 1949, 164 с.
36. —, *Леонтович Е. А.*, Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976, 496 с
37. —, *Шильников Л. П.*, Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости состояний равновесия и периодических движений («опасные» и «безопасные» границы). В кн. [173] (русский перевод), стр. 294—316
38. *Белицкий Г. Р.*, Эквивалентность и нормальные формы ростков гладких отображений. Успехи мат. наук, 1978, *33*, вып. 1, 95—155
39. —, Нормальные формы, инварианты и локальные отображения. Киев.: Наукова думка, 1979, 176 с.
40. *Беляков Л. А.*, О бифуркационном множестве в системе с гомоклинической кривой седла. Мат. заметки, 1980, *28*, вып. 6, 911—922
41. *Березовская Ф. С., Хибник А. И.*, К задаче о бифуркациях автоколебаний вблизи резонанса 1 : 4. Препринт НИВЦ АН СССР, Пущино, 1979, 24 с.
42. —, —, О бифуркациях сепаратрис в задаче о потере устойчивости автоколебаний вблизи резонанса 1 : 4. Прикл. мат. и мех. 1980, *44*, вып. 5, 938—943
43. *Богданов Р. И.*, Бифуркации предельного цикла одного семейства векторных полей на плоскости. Тр. семинаров им. И. Г. Петровского, 1976, вып. 2, 23—36; Версальная деформация особой точки векторного поля на плоскости в случае нулевых собственных чисел, там же, 37—65
44. *Брушлинская Н. Н.*, Качественное интегрирование одной системы n дифференциальных уравнений в области, содержащей особую точку и предельный цикл. Докл. АН СССР, 1961, *139*, вып. 1, 9—12
45. —, О поведении решений уравнений гидродинамики при переходе числа Рейнольдса через критическое значение. Докл. АН СССР, 1968, *162*, вып. 4, 731—734
46. —, Возникновение циклов и торов при закритических значениях числа Рейнольдса. Успехи мат. наук, 1965, *20*, вып. 5, 259—260
47. —, Теорема конечности для семейства векторных полей в окрестности особой точки типа Пуанкаре. Функц. анализ и его прил., 1971, *5*, вып. 3, 10—14
48. *Бунимович Л. А., Песин Я. В., Синай Я. Г., Якобсон М. В.*, Эргодическая теория гладких динамических систем. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Совр. пробл. матем. Фундам. направления, 1985, *2*, 113—232

49. *Быков В. В.*, О рождении периодических движений из сепаратрисного контура трехмерной системы. Успехи мат. наук, 1977, *32*, вып. 6, 213—214
50. —, О бифуркациях динамических систем, близких к системам с сепаратрисным контуром, содержащим седло-фокус. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1980, 44—72
51. *Былов Б. Ф., Виноград Р. Э., Гробман Д. М., Немыцкий В. В.*, Теория показателей Ляпунова, М.: Наука, 1966, 576 с.
52. *Вайнберг М. М., Треногин В. А.*, Теория ветвления нелинейных уравнений. М.: Наука, 1969, 527 с.
53. *Васильева А. Б.*, О дифференциальных уравнениях, содержащих малые параметры при производных. Мат. сб., 1952, *31*, вып. 3, 587—644
54. *Вольперт А. И.*, Волновые решения параболических уравнений. ОИХФ АН СССР, Черноголовка, Препринт, 1983, 48 с.
55. *Вольперт В. А.*, Бифуркации нестационарных режимов распространения волн. ОИХФ АН СССР. Черноголовка. Препринт, 1982, 62 с.
56. *Воронин С. М.*, Аналитическая классификация пар инволюций и ее приложения. Функц. анализ и его прил., 1982, *16*, вып. 2, 21—29
57. *Вул Е. Б., Синай Я. Г., Ханин К. М.*, Универсальность Фейгенбаума и термодинамический формализм. Успехи мат. наук, 1984, *39*, вып. 3, 3—37
58. *Гаврилов Н. К.*, О трехмерных динамических системах, имеющих негрубый гомоклинический контур. Мат. заметки, 1973, *14*, вып. 5, 687—697
59. —, О некоторых бифуркациях состояния равновесия с одним нулевым и парой чисто мнимых корней. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1978, 33—40
60. —, О бифуркациях состояния равновесия с двумя парами чисто мнимых корней. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1980, 17—30
61. —, *Шильников Л. П.*, О трехмерных динамических системах, близких к системам с негрубой гомоклинической кривой. I. Мат. сб., 1972, *88*, № 8, 475—492
62. —, —, О трехмерных динамических системах, близких к системам с негрубой гомоклинической кривой. II. Мат. сб., 1973, *90*, № 1, 139—156
63. *Гапанов-Грехов А. В., Рабнович М. И.*, Нелинейная физика, стохастичность и структуры. В кн. «Физика XX века. Развитие и перспективы». М.: Наука, 1984, 219—280
64. *Гомозов Е. П.*, Эквивалентность семейств диффеоморфизмов конечного класса гладкости. Вестн. Харьков. ун-та. Сер. мех.-мат., 1976, 134, вып. 41, 95—104
65. *Гонченко С. В.*, Об устойчивых периодических движениях в системах, близких к системам с негрубой гомоклинической кривой. Мат. заметки, 1983, *33*, вып. 5, 745—755
66. —, О некоторых основных бифуркациях в одном двухпараметрическом семействе систем с гомоклиническими кривыми. Горьк. ун-т. Горький, 1984. 26 с. Библиогр. 2 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 30.09.83 г. № 5432—83 Деп.)
67. —, Бифуркации удвоения в системах, близких к системам с негрубой гомоклинической кривой. В кн. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1980, 31—43
68. *Градштейн И. С.*, Применение теории устойчивости А. М. Ляпунова к теории дифференциальных уравнений с малыми множителями при производных. Мат. сб., 1953, *32*, вып. 2, 263—286
69. *Дородницын А. А.*, Асимптотическое решение уравнения Ван дер Поля. Прикл. мат. и мех., 1947, *11*, вып. 3, 313—328
70. *Жаров М. И., Мищенко Е. Ф., Розов Н. Х.*, О некоторых специальных функциях и константах, возникающих в теории релаксационных колебаний. Докл. АН СССР, 1981, *261*, вып. 6, 1292—1296
71. *Железцов Н. А.*, К теории разрывных колебаний в системах второго порядка. Изв. высш. учеб. заведений. Радиофизика, 1958, *1*, вып. 1, 67—78

72. *Жолондек Х.*, О версальности одного семейства симметричных векторных полей на плоскости. Мат. сб., 1983, *120*, вып. 4, 473—499
73. *Звонкин А. К., Шубин М. А.*, Нестандартный анализ и сингулярные возмущения обыкновенных дифференциальных уравнений. Успехи мат. наук, 1984, *39*, вып. 2, 77—127
74. *Зельдович Я. Б.*, К теории теплонапряженности. Ж. техн. физики, 1941, *9*, вып. 6, 493—508
75. *Ильяшенко Ю. С.*, О нулях специальных абелевых интегралов в вещественной области. Функц. анализ и его прил., 1977, *11*, вып. 4, 78—79
76. —, Кратность предельных циклов, возникающих при возмущении гамильтонова уравнения класса $w'=P_2/Q_1$ в вещественной и комплексной области. Тр. семинаров им. И. Г. Петровского, 1978, вып. 3, 49—60
77. *Костов В. П.*, Версальные деформации дифференциальных форм степени α на прямой. Функц. анализ и его прил., 1984, *18*, вып. 4, 81—82
78. *Ландау Л. Д.*, К проблеме турбулентности. Докл. АН СССР, 1944, *44*, вып. 8, 339—342
79. *Леонтович Е. А.*, О рождении предельных циклов от сепаратрис. Докл. АН СССР, 1951, *78*, вып. 4, 641—644
80. *Лукьянов В. И.*, О бифуркациях динамических систем с петлей сепаратрисы «седло-узла». Дифференц. уравнения, 1982, *18*, вып. 9, 1493—1506
81. —, *Шильников Л. П.*, О некоторых бифуркациях динамических систем с гомоклиническими структурами. Докл. АН СССР, 1978, *243*, № 1, 26—29
82. *Майер А. Г.*, Грубое преобразование окружности в окружность. Уч. зап. ГГУ, 1939, вып. 2, 215—229
83. *Малкин И. Г.*, Теория устойчивости движения. М.—Л.: Гостехиздат, 1952, 432 с
84. *Медведев В. С.*, О новом типе бифуркации на многообразиях. Мат. сб., 1980, *113*, № 3, 487—492
85. *Мельников В. К.*, Качественное описание резонансных явлений в нелинейных системах. Дубна, ОИЯФ, Препринт, Р—1012, 1962, 17 с.
86. *Мищенко Е. Ф., Розов Н. Х.*, Дифференциальные уравнения с малым параметром при старшей производной и релаксационные колебания. М.: Наука, 1975, 248 с.
87. *Неймарк Ю. И.*, О некоторых случаях зависимости периодических движений от параметров. Докл. АН СССР, 1959, *129*, вып. 4, 736—739
88. *Нейштадт А. И.*, Бифуркации фазового портрета одной системы уравнений, возникающей в задаче о потере устойчивости автоколебаний вблизи резонанса 1 : 4. Прикл. мат. и мех., 1978, *42*, вып. 5. 830—840
89. —, О разделении движений в системах с быстро вращающейся фазой. Прикл. мат. и мех., 1984, *48*, вып. 2, 197—204
90. —, Асимптотическое исследование потери устойчивости равновесия при медленном прохождении пары собственных чисел через мнимую ось. Успехи мат. наук, 1985, *40*, вып. 5, 190—191
91. *Немыцкий В. В., Степанов В. В.*, Качественная теория дифференциальных уравнений. М.—Л., ГИТТЛ, 1949, 550 с.
92. *Ноздрачева В. П.*, Бифуркации негрубой петли сепаратрисы. Дифференц. уравнения (Минск), 1970, *18*, № 9, 1551—1558
93. *Петров Г. С.*, О числе нулей полных эллиптических интегралов. Функц. анализ и его прил., 1984, *18*, вып. 2, 73—74
94. *Понтрягин Л. С.*, Асимптотическое поведение решений систем дифференциальных уравнений с малым параметром при высших производных. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1957, *21*, вып. 5, 605—626
95. —, *Родыгин Л. В.*, Приближенное решение одной системы дифференциальных уравнений с малым параметром при производных. Докл. АН СССР, 1960, *131*, вып. 2, 255—258
96. *Самборский С. Н.*, Предельные траектории нелинейных сингулярно возмущенных, дифференциальных уравнений. Докл. АН УССР, 1985, вып. 8, 96—99
97. *Самовол В. С.*, Эквивалентность систем дифференциальных уравнений в окрестности особой точки. Тр. Моск. мат. о-ва, 1982, *44*, 213—234

98. *Семенов Н. Н.*, Цепные реакции, Л.: Госхимтехиздат, 1934, 555 с.
99. *Серебрякова Н. Н.*, Качественное исследование одной системы дифференциальных уравнений теории колебаний. Прикл. мат. и мех., 1963, *27*, вып. 1, 160—166
100. *Синай Я. Г.*, Стохастичность динамических систем. В кн.: «Нелинейные волны». М.: Наука, 1979, 192—212
101. Странные аттракторы. Сборник статей. М.: Мир, 1981, 253 с.
102. *Тихонов А. Н.*, Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных. Мат. сб., 1952, *31*, вып. 3, 575—586
103. *Хазин Л. Г.*, *Шноль Э. Э.*, Об устойчивости положений равновесия в критических случаях и случаях, близких к критическим. Прикл. мат. и мех., 1981, *45*, вып. 4, 595—604. Устойчивость критических положений равновесия. АН СССР, Пущино, 1985, 215 с.
104. *Хорозов Е. И.*, Версальные деформации эквивариантных векторных полей для случаев симметрии порядка 2 и 3. Тр. семинаров им. И. Г. Петровского, 1979, вып. 5, 163—192
105. —, Бифуркации векторного поля в окрестности особой точки в случае двух пар чисто мнимых собственных чисел. Докл. Болг. АН. I, 1981, *34*, вып. 9, 1221—1224; II, 1981, *35* вып. 2, 149—152
106. *Ченцова Н. Н.*, Исследование одной модельной системы квазистохастических релаксационных колебаний. Успехи мат. наук, 1982, *37*, вып. 5, 205—206
107. —, Исследование квазистохастического режима автогенератора на туннельном диоде. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1983, 95—117
108. *Шильников Л. П.*, Теория бифуркаций и модель Лоренца. В кн. [173] (русский перевод), 1980, 317—335
109. —, О некоторых случаях рождения периодических движений из особых траекторий. Мат. сб., 1963, *61*, вып. 4, 433—466
110. —, О рождении периодического движения из траектории, идущей из состояния равновесия типа седло-седло в него же. Докл. АН СССР, 1966, *170*, № 1, 48—52
111. —, О существовании счетного множества периодических движений в четырехмерном пространстве в расширенной окрестности седло-фокуса. Докл. АН СССР, 1967, *172*, № 1, 54—57
112. —, О рождении периодического движения из траектории, двоякоасимптотической к состоянию равновесия типа седло. Мат. сб., 1968, *77*, № 3, 461—472
113. —,Об одном новом типе бифуркаций многомерных динамических систем, Докл. АН СССР, 1969, *189*, № 1, 59—62
114. —, К вопросу о структуре расширенной окрестности грубого состояния равновесия типа седло-фокус. Мат. сб., 1970, *81*, № 1, 92—103
115. —, Теория бифуркаций динамических систем с гомоклиническими кривыми Пуанкаре. В кн. «VII Internationale Konferenz über nichtlineare Schwingungen». Band 1, 2, Akademie Verlag, Berlin, 1977, 279—293
116. *Шишкова М. А.*, Рассмотрение одной системы дифференциальных уравнений с малым параметром при высших производных. Докл. АН СССР, 1973, *209*, № 3, 576—579
117. *Шошитайшвили А. Н.*, Бифуркации топологического типа векторного поля вблизи особой точки. Тр. семинаров им. И. Г. Петровского, 1975, вып. 1, 279—309
118. *Юдович В. И.*, Пример рождения вторичного стационарного или периодического течения при потере устойчивости ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости. Прикл. мат. и мех., 1965, *29*, вып. 3, 453—467
119. *Яковенко С. Ю.*, О вещественных нулях одного класса абелевых интегралов, возникающих в теории бифуркаций. В сб. «Методы качественной теории дифференциальных уравнений». Горький, 1984, 175—185
120. *Afraimovich V. S.*, Strange attractors and quasiattractors. In: Nonlinear and turbulent processes in physics. Edited by R. Z. Sagdeev. Harwood Acad. Publ., 1984, 1133—1138

121. Applications of bifurcation theory. Proc. Symp. Wisc. Oct. 1976. Acad. Press, 1977, 389 pp.
122. *Armbruster D., Dangelmayr G., Gütinger W.,* Imperfection sensitivity of interacting Hopf and steady-state bifurcations and their classification. Physica, 1985, *16D*, № 1, 99—123
123. *Aronson D. G., Chory M. A., McGehee R. P., Hall G. R.,* Bifurcation from an invariant circle for two parameter families of maps of the plane. Communs Math. Phys., 1982, *83*, № 3, 303—354
124. *Belair J., Glass L.* Universality and self-similarity in the bifurcations of circle maps. Physica, 1985, *16D*, № 2, 143—154
125. *Belykh V. N., Pedersen N. F., Soerensen O. H.,* Shunted Josefson junction model, II. The nonautonomous case. Phys. Rev. B, 1977, *14* № 11, 4860—4871
126. *Benoit E.,* Canards de $\mathbf{R}^3$. These. Paris, 1983
127. —, Enlacements de canards. Comptes rendus Acad. Sci. Paris, sér. 1, 1985, *300*, № 8, 225—230
128. —, *Callot J.-L., Diener F., Diener M.,* Chasse au canards. Collect. Math., 1980, *31*, № 1
129. *Bruter C. P., Arangol A., Lichnerowicz A. D.* (Eds.) Bifurcation theory, mechanics and physics. Reidel, Dordrecht, 1983, 388 pp.
130. *Chenciner A.*, Courbes ferme es invariantes non normalement hyperboliques au voisinage d'une bifurcation de Hopf degeneree de diffeomorphismes $\mathbf{R}^2$. Comptes rendus Acad. Sci., 1981, *292*, ser. 1, 507—510
131. —, Bifurcations de points fixes elliptiques II. Orbit periodiques et ensembles de Cantor invariants. Invent. math., 1985, *80*, № 1, 81—106
132. —, *Iooss G.,* Bifurcations des tores invariantes. Arch. Ration. Mech. and Anal., 1979, *69*, № 2, 109—198
133. *Chow S. N., Hale J. K.*, Methods of bifurcation theory. Springer, 1982, 515 pp.
134. —, —, *Mallet-Paret J.* Applications, of generic bifurcations. Arch. Ration. Mech. and Anal., 1975, *59*, № 2, 159—188; 1976, *62*, № 3, 209—236
135. *Collet P., Eckmann J.-P.,* Iterated maps on the interval as dynamical systems. Birkhäuser. Boston, 1980, 248 pp.
136. *Dangelmayr G., Armbruster D.,* Classification of $Z(2)$-equivariant imperfect bifurcations with corank 2. Proc. London, Math. Soc., 1983, *46*, № 4, 517—546
137. *De Melo W., Palis J.*, Moduli of stability for diffeomorphis. Lect. Notes Marh., 1980, *819*, 318—339
138. —, —, Geometric theory of dynamical systems. An introduction. New York, Heidelberg, Berlin, Springer, 1982, 198 pp.
139. —, —, *Van Strein S. J.,* Characterising diffeomorphisms with modulus of stability one. Lect. Notes Math., 1981, *898*, 266—285
140. *Dufour J. P.*, Stabilité simultanée de deux fonctions. Ann. Inst. Fourier, 1979, *29*, № 1, 262—282
141. *Dumortier F., Roussarie R., Sotomayor J.,* Generic 3-parameter families of vector fields on the plane, unfolding a singularity with nilpotent linear part. The casp case of codimension 3. Preprint, 1985, 56 pp.
142. Dynamical systems and bifurcations. Proceedings, Groningen 1974. Lect. Notes Math. 1985, *1125*, 129 p.
143. *Feigenbaum M. J.,* Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. J. Stat. Phys., 1978, *19*, № 1, 25—52
144. *Fenichel R.,* Persistence and smoothness of invariant manifolds for flows. Indiana Univ. Math. J., 1971, *21*, № 3, 193—226
145. *Field M.,* Unfolding of a class of $SO(2)$-invariant diffeomorphisms. Univ. of Sidney. Preprint, 1984, 69 pp.
146. —, Unfolding equivariant diffeomorphisms. Univ. of Sidney. Preprint, 1984, 71 pp.
147. *Gaspard P.,* Generation of cauntable set of homoclinic flows through bi-

furcation in multidimensional systems. Bull. sci. Acad. roy. Belg., 1984, *70*, № 2, 61—83
148. *Golubitsky M., Keylitz B. L., Schaeffer D.*, A singularity theory analysis of a thermal chainbranching model for the explosion peninsula. Communs Pure and Appl. Math., 1981, *34*, № 5, 433—463
149. —, *Langford W. F.*, Classification on and unfoldings of degenerate Hopf bifurcations. J. Different. Equat. 1981, *41*, № 3, 375—415
150. —, *Schaeffer D.*, Imperfect bifurcations in the presense of symmetry. Communs Math. Phys. 1979, *67*, № 2, 205—232
151. —, —., A theory for imperfect bifurcations via singularity theory. Communs Pure and Appl. Math., 1979, *32*, № 1, 21—98
152. —, —., Bifurcations with O(3) symmetry including applications to the Benard problem. Communs Pure and Appl. Math., 1982, *35*, № 1, 81—111
153. —, —, Bifurcations and groups in bifurcation theory. Appl. Math. Sci., 1985, *15*, 320 pp.
154. —, *Stewart J.*, Hopf bifurcation in the presence of symmetry. Univ. of Houston. Preprint, 1974, 94 p.
155. *Grebogi C., Ott E., York J. A.*, Crises, sudden changes in chaotic attractors and transient to chaos. Physica, 1983, *7D*, № 2, 181—200
156. *Guckenheimer J.*, One parameter families of vector fields on two — manyfolds: another non-density theorem. In: Dynamical systems, Edited by M. Peixoto, Acad. Press., 1973, 111—127
157. —, Multiple bifurcation problems of codimension two. SIAM J. Math. Anal., 1984, *15*, № 1, 1—49
158. —, *Holms Ph.*, Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. Springer, 1983, 453 p.
159. *Hartman Ph.*, Ordinary differential equations. New York, 1964, 612 pp. (Пер. на рус. яз.: *Хартман Ф.*, Обыковенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970, 720 с.
160. *Hassard B. D., Kazarinoff N. D., Wan Y.-H.*, Theory and applications of Hopf bifurcations. London Math. Soc. Lect. Notes, Cambridge Univ. Press, 1981, *41*, 311 pp.
161. *Henon M.*, A two-dimensional mapping with a strange attractor. Communs Math. Phys., 1976, *50*, № 1, 69—78
162. *Hirsh M. W., Pugh C. C., Shub M.*, Invariant manifolds. Lect. Notes Math., 1977, *583*, 149 pp.
163. *Hopf E.*, A mathematical example, displaying the featurs of turbulence. Communs Pure and Appl. Math., 1948, *1*, 303—322
164. *Iooss G., Joseph D. D.*, Elementary stability and bifurcation theory. Springer, 1980 (Пер. на рус. яз.: *Иосс Ж., Джозеф Д.*, Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. М.: Мир, 1983, 300 с.)
165. *Jonker L., Rand D.*, Bifurcations in one dimension I. Invent. math., 1981, *62*, № 3, 347—365
166. *Lefschetz S.*, Differential equations: geometric theory. New York, 1957, 390 pp. (Пер. на рус. яз.: *Лефшец С.*, Геометрическая теория дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1961, 287 с.)
167. *Levi M.*, Qualitative analysis of the periodically forced relaxation oscillations. Mem. Amer. Math. Soc., 1981, *32*, № 244, 147 pp.
168. *Lorenz E. N.*, Deterministic nonperiodic flow. J. Atmos. Sci., 1963, *20*, 130—141 (Пер. на рус. яз.: *Лоренц Э. Н.*, Детерминированное непериодическое течение. В сб. «Странные аттракторы». М.: Мир, 1981, 88—116)
169. *Malta I. P., Palis J.*, Families of vector fields with finite modulus of stability. Lect. Notes Math., 1981, *898*, 212—229
170. *Manneville P., Pomeau Y.*, Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems. Communs Math. Phys., 1980, *74*, № 2, 189—197
171. —, —, Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems. Physica, 1980, *1D*, № 2, 219—224
172. *Markley M. G.*, The Poincare-Bendixson theorem for the Klein bottle. Trans. Amer. Math. Soc., 1969, *135*, 159—169

173. *Marsden J. E., McCracken M.*, The Hopf bifurcation and its applications. Springer, New 1976, York, 1976, 408 pp. (Пер. на рус. яз.: *Марсден Дж., Мак Кракен М.*, Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980, 368 с.)
174. *Milnor J.*, On the concept of attractor. Communs Math. Phys., 1985, *99*, № 2, 177—196
175. *Mittelman H. D., Weber H. (ed.)*, Bifurcation problems and their numerical solutions. Birkhâuser. Basel, 1981, 252 p.
176. *Newhause S.*, Diffeomorphisms with infinitely many sinks. Topology, 1974, *12*, № 1, 9—18
177. —, Asymptotic behavior and homoclinic points in nonlinear systems. Nonlinear dynamics, Ann. Acad. Sci., 1980, *357*, 292—299
178. — ,*Palis J.*, Cycles and bifurcation theory. Astérisque, 1976, *31*, № 1, 43—140
179. —, —, *Takens F.*, Stable arcs of diffeomorphisms, Bull. Amer. Math. Soc., 1976, *82*, № 4, 499—502
180. —, —, —, Bifurcation and stability of families of diffeomorphisms. Publs math. Inst. hautes étud. sci., 1983, *57*, 5—71
181. *Nitecki Z.*, Differential dynamics. An introduction to the orbit structure of diffeomorphisms. The MIT Press. Cambridge, Massachusets, London, England. 1971, 282 pp. (Пер. на рус. яз.: *Нитецки З.*, Введение в дифференциальную динамику, М.: Мир, 1975, 304 с.)
182. *Palis J.*, Ω-explosions. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *27*, № 1, 85—91
183. —, A differenliable invariant of topological congugacies and moduli of stability. Astérisque, 1978, *51*, № 3, 335—346
184. —, *Pugh C.*, Fifty problems in dynamical systems. Lect. Notes Math., 1975, *468*, 345—353
185. *Peixoto M. M.*, Structural stability on two-dimensional manyfolds. Topology, 1962, *1*, № 2, 101—120
186. *Petrowskii I. G.* Über das Verhalten der integralcurven eines Systems gewöhnlicher Differentialgleihungen in der Nähe eines singulären Punktes. Мат. сб., 1934, *41*, 107—155
187. *Poincaré H.*, Les méthodes nouvelles de la mecanique célest. Paris, Gautier-Villars, 1982, *1*, 385 p.; 1893, *2*, YIII+479 p.; 1899, *3*, 414 p. (Пер. на рус. яз.: *Пуанкаре А.*, Новые методы небесной механики, в книге: Пуанкаре Н., Избранные труды. М.; Наука, 1971, *1*, 771 с.; 1972, *2*, 7—356)
188. *Robbin J.*, Unfolding of discrete dynamical systems. Univ. of Wisconsin. Preprint, 1983, 163 pp.
189. *Robinson C.*, Bifurcation to infinitely many sinks. Communs Math. Phys., 1983, *90*, № 3, 433—459
190. *Ruelle D., Takens F.*, On the nature of turbulence. Communs Math. Phys., 1971, *20*, № 2, 167—192; 1971, *23*, № 3, 343—344 (Пер. на рус. яз.: *Рюэлль Д., Такенс Ф.*, О природе турбулентности. В сб. «Странные аттракторы». М.: Мир, 1981, 117—151).
191. *Sacker R.*, On invariant surfaces and bifurcation of periodic solutions of ordinary differential equations. New York University, Report IMM—NYU 333, 1964. Communs Pure and Appl. Math., 1965, *18*, № 4, 717—732
192. —, On invariant surface and bifurcation of periodic ordinary differential equations. Thesis, New Nork, 1964, 76 pp.
193. *Sanders J. A., Cushman R.*, Abelian integrals and global Hopf bifurcations. Lect. Notes Math., 1985, *1125*, 87—98
194. *Sattinger D. H.*, Topics in stability and bifurcatjon theory. Lect. Notes Math., 1973, *309*, 190 p.
195. —, Group representation theory, bifurcation theory and pattern function. J. Funct. Anal., 1978, *28*, № 1, 58—101
196. —, Group theoretic methods in bifurcation theory. Lect. Notes Math., 1979, *762*, 241 pp.

197. *Schaeffer D. G., Golubitsky M.*, Bifurcation analysis near a double eigenvalue of a model chemical reaction. Arch. Rat. Mech. and Anal., 1981, *75*, № 3, 315—347

198. *Smale S.*, Differentiable dynamical systems. Bull. Amer. Math. Soc., 1967, *73*, № 6, 747—817 (Пер. на рус. яз.: *Смейл С.*, Дифференцируемые динамические системы. Успехи мат. наук, 1970, *25*, вып. 1, 113—185).

199. *Sotomayor J.*, Generic bifurcation of dynamical systems. In: Dynamical systems, Peixoto M. (Ed.), Acad. Press, 1973, 561—582

200. —, Structural stability and bifurcation theory. In: Dynamical systems, Peixoto M. (Ed.), Acad. Press, 1973, 549—560

201. —, Generic one parameter families of vector fields on two dimensional manifolds. Publ. Math. Inst. hautes étud. sci., 1974, *43*, 1—46

202. *Takens F.*, Partially hyperbolic fixed points. Topology, 1971, *10*, № 2, 133—147

203. —, Forced oscillations and bifurcations. Communs. Math. Inst. Rijksonivesiteit Utrecht (Applications of global analysis. Simposium, Utrecht state university, February, 8, 1973), 1974, *3*, 1—59

204. —, Constrained equations; a study of implicit differential equations and their discontinuous solutions. Lect. Notes Math., 1976, *525*, 143—134 143—234

205. —, Global phenomena in bifurcations of dynamical systems with simple recurrence. Jahres Dtsch. Math. Ver., 1979, *81*, № 1, 87—96

206. *Van der Pol B.*, On relaxation oscillations. Phil. Mag., 1926, *2*, № 11, ser. 7, 978—992