Пусть даны системы дифференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} a' &= -2\gamma a + \left(b + \frac{k'^2}{k^2}\mu \operatorname{sgn} a\right), \\ b' &= -k'^2 a, \end{aligned}\right\} \quad ab < 0, \tag{6.39}$$

$$\left.\begin{aligned} a' &= -2\gamma \frac{k^2}{k'^2} a + (b + \mu \operatorname{sgn} a), \\ b' &= -k^2 a, \end{aligned}\right\} \quad ab > 0, \tag{6.40}$$

где $\mu \geqslant 0$ — некоторая постоянная.

Так как интегральные кривые этих систем на плоскости $ab$ симметричны относительно начала координат, то можно ограничиться изучением поведения их на верхней полуплоскости $(b > 0)$.

Для произвольного значения $a \geqslant 0$ построим решения уравнений (6.39) и (6.40), выходящие из точек $(-a, 0)$ и $(+a, 0)$ оси $a$ и идущие во втором и, соответственно, в первом квадранте плоскости $ab$ к оси $b$.

Пусть эти интегральные кривые пересекают ось $b$ в точке $(0, b_2(a))$ и, соответственно, в точке $(0, b_1(a))$.

Вводя обозначения

$$D_1 = \frac{\gamma k}{k'^2} = \sin\varphi_1, \quad n_1 = \sqrt{1 - D_1^2} = \cos\varphi_1,$$

$$D_2 = \frac{\gamma}{k'} = \sin\varphi_2, \quad n_2 = \sqrt{1 - D_2^2} = \cos\varphi_2,$$

будем иметь

$$b_1(a) = -\mu + \sqrt{a^2 k^2 n_1^2 + (akD_1 - \mu)^2}\, e^{D_1\tau_1},$$

$$b_2(a) = \frac{k'^2}{k^2}\mu + \sqrt{a^2 k'^2 n_2^2 + \left(ak'D_2 - \mu k'^2/k^2\right)^2}\, e^{-D_2\tau_2}.$$

Полагая $\varepsilon = \mu/a$, получим

$$n_1\tau_1(\varepsilon) = \operatorname{Arcctg}\left(\frac{\varepsilon}{kn_1} - \frac{D_1}{n_1}\right),$$

$$n_2\tau_2(\varepsilon) = \operatorname{Arcctg}\left(\frac{D_2}{n_2} - \frac{k'\varepsilon}{k^2 n_2}\right),$$

причем при $0 \leqslant \varepsilon < +\infty$ имеем

$$\pi/2 + \varphi_1 \geqslant n_1\tau_1 > 0, \quad \pi/2 - \varphi_2 \leqslant n_2\tau_2 < \pi.$$

Отсюда следует

$$\frac{b_1(a) - b_2(a)}{a} = -\left(1 + \frac{k'^2}{k^2}\right)\varepsilon + d(\varepsilon), \tag{6.41}$$

где

$$d(\varepsilon) = \sqrt{k^2 n_1^2 + (kD_1 - \varepsilon)^2}\, e^{D_1\tau_1(\varepsilon)} - \\ - \sqrt{k'^2 n_2^2 + \left(k'D_2 - \varepsilon k'^2/k^2\right)^2}\, e^{-D_2\tau_2(\varepsilon)}.$$

Функция $d(\varepsilon)$ определена и непрерывна при $\varepsilon \geqslant 0$ и имеет в точке $\varepsilon = 0$ значение

$$d(0) = k \exp\left[\frac{D_1}{n_1}\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1\right)\right] - k' \exp\left[-\frac{D_2}{n_2}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_2\right)\right], \quad (6.42)$$

которое мы предположим положительным.

Тогда для $\mu = 0$ $(\varepsilon = 0)$ выполняется неравенство $b_1(a) - b_2(a) > 0$, если $a > 0$, причем

$$b_1(0) - b_2(0) = 0,$$

а для $\mu > 0$ $(\varepsilon \to 0)$ при достаточно большом значении $a$ имеем $b_1(a) - b_2(a) > 0$, но

$$b_1(0) - b_2(0) = -\frac{k'^2}{k^2}\mu\left(1 + e^{-\pi D_2/n_2}\right) < 0.$$

Таким образом, для каждого параметра $\mu \geqslant 0$ существует число $a_\mu$ такое, что

$$b_1(a_\mu) = b_2(a_\mu), \quad b_1(a) > b_2(a) \text{ при } a > a_\mu$$

и $a_\mu = 0$ при $\mu = 0$.

На фазовой плоскости систем (6.39) и (6.40) через точку $a = a_\mu$ оси $a$ проходит замкнутый контур $W_\mu$, а через точки $a > a_\mu$ проходят спирали, навивающиеся на этот контур при возрастании $t$. Соответственно этому в случае, когда $\mu = 0$, все интегральные кривые являются спиралями, стремящимися к началу координат.

Предположению, что $d(0) > 0$, придадим форму условия

$$\text{d)} \quad \ln\frac{k'}{k} < \frac{\pi}{2}(\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_2) + (\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_1 - \varphi_2 \operatorname{tg}\varphi_2).$$

Это неравенство будет выполнено, например, если

$$\ln\frac{k'}{k} \leqslant \frac{\gamma k \pi}{2k'^2} < \frac{\pi}{2}\operatorname{tg}\varphi_1. \quad (6.43)$$

Отсюда, учитывая, что $\gamma \leqslant k'$, получаем ограничения для значений параметров $k'$ и $k$. Например, из (6.43) следует

$$\frac{k'}{k}\ln\frac{k'}{k} \leqslant \frac{\pi}{2}. \quad (6.44)$$

В рассматриваемом частном линейном случае оценки a), b) и d) заранее обеспечены и, таким образом, условия, налагаемые на параметры (6.43), (6.44), являются непротиворечивыми.

После этих предварительных рассмотрений вернемся к нелинейной системе (6.38) и оценим производную

$$\frac{dx}{dt}=\frac{F(x)}{g(x)}-\frac{z}{g(x)}-\frac{E(t)}{g(x)}\geqslant\frac{2\gamma}{k'^2}-\frac{M}{k^2|x|}-\frac{x}{g(x)}\frac{z}{x}\geqslant$$

$$\geqslant\begin{cases}\dfrac{-2\gamma x+\left(z+M\dfrac{k'^2}{k^2}\operatorname{sgn}x\right)}{-k'^2x}, & xz<0;\\[2ex] \dfrac{-2\gamma\dfrac{k^2}{k'^2}x+(z+M\operatorname{sgn}x)}{-k^2x}, & xz>0.\end{cases}\tag{6.45}$$

Если теперь для сравнения привлечь системы (6.39), (6.40), в которых положено $\mu=M$, то придем к следующему результату: фазовые траектории системы (6.38) пересекут снаружи внутрь спирали, построенные на плоскости $xz$, на основании (6.39), (6.40). Отсюда заключаем, что решения системы (6.38) предельно ограничены при $t\to+\infty$.

В случае периодичности возбуждающей функции $e(t)$ существование замкнутого контура $W_M$, на основании теории преобразований, равнозначно существованию периодического решения системы (6.38), обладающего периодом возбуждающей функции.

Возьмем теперь какое-нибудь решение $\{x(t), z(t)\}$ системы (6.38) и представим близкое к нему решение в форме

$$\{x(t)+X(t),\ z(t)+Z(t)\}.$$

Возмущение $\{X(t),\ Z(t)\}$ удовлетворяет уравнениям

$$\begin{aligned}X'&=-\{F[x(t)+X]-F[x(t)]\}+Z,\\ Z'&=-\{g[x(t)+X]-g[x(t)]\},\end{aligned}\tag{6.46}$$

из которых на основании неравенств a) и b) получим

$$\frac{dX}{dZ}=\frac{F[x(t)+X]-F[x(t)]}{g[x(t)+X]-g[x(t)]}-\frac{Z}{X}\frac{X}{g[x(t)+X]-g[x(t)]}\geqslant$$

$$\geqslant\frac{2\gamma}{k'^2}-\begin{cases}\dfrac{Z}{k'^2X}, & XZ<0;\\[2ex] \dfrac{Z}{k^2X}, & XZ>0,\end{cases}$$

т. е.

$$\frac{dX}{dZ}\geqslant\begin{cases}\dfrac{-2\gamma X+Z}{-k'^2X}, & XZ<0;\\[2ex] \dfrac{-2\gamma(k^2/k'^2)X+Z}{-k^2X}, & XZ>0.\end{cases}\tag{6.47}$$

Если теперь для сравнения использовать системы (6.39), (6.40) при $\mu=0$, то легко убедиться в том, что траектории возмущений на плоскости $XZ$ быстрее сходятся к началу координат, чем спирали, построенные для (6.39), (6.40). Вследствие этого

рассматриваемое решение $\{x(t), z(t)\}$ асимптотически устойчиво в целом.

Заметим, что условия, которым подчинены функции $f(x)$ и $g(x)$, не обязательно должны иметь место для всех значений $x$; нужно потребовать выполнения их лишь в некотором конечном интервале, охватывающем отрезок $[-a_M, +a_M]$. Тогда, очевидно, можно доказать ограниченность только для решений, начинающихся в определенной области. Например, в области плоскости $xz$, ограниченной контуром $W_M$, эти решения асимптотически устойчивы в целом и при $t \to \infty$ асимптотически приближаются друг к другу.

После того как мы доказали асимптотическую устойчивость всех решений или только некоторого ограниченного многообразия их, займемся вопросом переходного поведения этих решений. В частности, поставим себе задачу дать оценки меры затухания возмущений. На примере уравнения (6.1), в котором для большей простоты положим $f(x) = 2\gamma$, поставленную проблему решим сравнением с двумя подходящим образом подобранными кусочно-линейными системами. При этом будем исходить из системы (6.2), которая приводит к следующим уравнениям возмущений:

$$X' = Y, \quad Y' = -\psi(X, t)\, X - 2\gamma Y$$
$$[k^2 \leqslant \psi(X, t) \leqslant k'^2; \ \gamma \leqslant k]. \tag{6.48}$$

Сначала рассмотрим систему сравнения

$$\frac{dY}{dX} = \begin{cases} \dfrac{-k'^2 X - 2\gamma Y}{Y}, & XY < 0; \\ \dfrac{-k^2 X - 2\gamma Y}{Y}, & XY > 0. \end{cases} \tag{6.49'}$$

При выполнении условия

$$\frac{\pi}{2}\left\{\gamma/\sqrt{k^2-\gamma^2} + \gamma/\sqrt{k'^2-\gamma^2}\right\} -$$
$$-\left\{\left[\gamma/\sqrt{k^2-\gamma^2}\right] \operatorname{Arctg}\left[\gamma/\sqrt{k^2-\gamma^2}\right] -\right.$$
$$\left.-\left[\gamma/\sqrt{k'^2-\gamma^2}\right] \operatorname{Arctg}\left[\gamma/\sqrt{k'^2-\gamma^2}\right]\right\} > \ln(k'/k)$$

и подавно в случае

$$\frac{k'}{k} \exp\left[-\frac{\gamma\pi}{2}/\sqrt{k'^2-\gamma^2}\right] = e^{-\delta}, \quad \delta > 0,$$

ее интегральные кривые имеют вид сходящихся спиралей. Если $H'$, $H''$ — две последовательные точки пересечения одной и той же спирали с осью $X$, то

$$|H''| \leqslant |H'|\, e^{-\delta}.$$

Легко видеть, что кривые возмущений $\{X(t), Y(t)\}$ пересекают спирали сравнения снаружи внутрь. Семейство спиралей,

заданное кусочно-линейным дифференциальным уравнением

$$\frac{dY}{dX}=\begin{cases}\dfrac{-k^2X-2\gamma Y}{Y}, & XY<0;\\[2mm] \dfrac{k'^2X-2\gamma Y}{Y}, & XY>0;\end{cases} \tag{6.49''}$$

они пересекают в противоположном направлении.

Поэтому каждое возмущение можно ограничить двумя известными спиралями снаружи и изнутри.

Рассмотрим некоторую кривую возмущения при $t \geqslant 0$. Пусть $\{t_n\}$ $(n=1, 2, 3, \ldots)$ — последовательность нулей для $Y(t)=X'(t)$, где $t_1 \geqslant 0$, и пусть $X_n=X(t_n)$. Тогда последовательность $\{|X_n|\}$ можно рассматривать как последовательность амплитуд возмущений. Если положить $X_{n-1}=H'$ и заметить, что $|X_n|<|H''|$, то получим

$$\begin{gathered}|X_n/X_{n-1}|<e^{-\delta},\\ |X_n|<|X_1|\,e^{-(n-1)\delta}.\end{gathered} \tag{6.50}$$

Для определения скорости затухания используют границы для разностей моментов времени $\theta_{n-1}=t_n-t_{n-1}$.

Обозначим через $Y=Y_k^{\pm}(X, H')$ дугу траектории системы

$$X'=Y,\ Y'=-k^2X-2\gamma Y, \tag{6.51}$$

соединяющую точку $(H', 0)$ с верхней (соответственно с нижней) полуосью $Y$, и через $Y=Y_{k'}^{\pm}(X, H')$ соответствующую дугу системы

$$X'=Y,\ Y'=-k'^2X-2\gamma Y. \tag{6.52}$$

Далее, пусть $Y_{n-1}(X)$ — отрезок от $(X_{n-1}, 0)$ до $(X_n, 0)$ кривой возмущения и $\operatorname{sgn} Y_{n-1}=\varepsilon_{n-1}$.

Тогда, сравнивая интегральные кривые (6.5.49′) и (6.5.49″), будем иметь

$$\begin{aligned}T=\frac{\pi}{\sqrt{k^2-\gamma^2}}&=\int\limits_{X_{n-1}}^{0}\left[dX/Y_k^{\varepsilon_{n-1}}(X, X_{n-1})\right]+\\ &+\int\limits_{0}^{X_n}\left[dX/Y_k^{\varepsilon_{n-1}}(X, X_n)\right]>t_n-t_{n-1}=\\ &=\int\limits_{X_{n-1}}^{X_n}\left[dX/Y_{n-1}(X)\right]>T'=\frac{\pi}{\sqrt{k'^2-\gamma^2}}=\\ &=\int\limits_{X_{n-1}}^{0}\left[dX/Y_{k'}^{\varepsilon_{n-1}}(X, X_{n-1})\right]+\int\limits_{0}^{X_n}\left[dX/Y_{k'}^{\varepsilon_{n-1}}(X, X_n)\right].\end{aligned} \tag{6.53}$$

Отсюда оценку (6.50) можно привести к виду

$$|X_n| < |X_1| \exp[-\delta(t_n - t_1)/T]. \tag{6.54}$$

Заметив, что $|X(t)| \leqslant |X_n|$ при $t \geqslant t_n$ и что $|X_1| \leqslant \max\limits_{t \geqslant 0} |X(t)|$, в конце концов получим

$$|X(t)| \leqslant \varkappa \max_{t \geqslant 0} |X(t)| \exp[-\delta t_n/T], \tag{6.55}$$

где $\varkappa = e^{\delta}$ и $t \in [t_n, t_{n+1}]$.

Таким образом, в качестве мажоранты функции $|X(t)|$ мы построили ступенчатую кривую с экспоненциально уменьшающейся высотой, и, следовательно, наша задача решена.

С точки зрения теории Ляпунова предложенный метод можно трактовать как построение разрывной функции Ляпунова, к которой неприменимы обычные условия регулярности. Нужно принять во внимание, что этот метод может быть расширен и уточнен во многих направлениях, если будет показана его применимость к системам более высокого порядка.

# БИБЛИОГРАФИЯ


Альбрехт (Albrecht F.)

1. Un théorème de comportement asymptotique des solutions des systèmes d'équations différentielles, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Cl. III, **4**, 737—739 (1956).

Андронов А. А., Витт А. А. и Хайкин С. Э.

1. Теория колебаний, изд. 2, Физматгиз, 1959.

Антосевич (Antosiewicz H. A.)

1. On the differential equation $x'' + k[f(x) + g(x)x']x' + h(x) = ke(t)$, *Nat. Bur. Standards*; Rep. № 3412 (1954).
2. On non-linear differential equations of the second order with integrable forcing term, *J. London Math. Soc.* **30**, 64—67 (1955).
3. A survey of Lyapunov's second method, Contrib. theory nonlin. oscill., *Ann. Math. Stud.* **4**, 141—166 (1958).

Аскари (Ascari A.)

1. Studio asintotiko di un'equazione relativa alla dinamica del punto, *Rend. Ist. Lombardo Accad. Sci. Lett.*, Cl. Sci. Mat. Nat. **85**, 278—288 (1952).

Асколи (Ascoli G.)

1. Questioni asintotiche nel campo delle equazioni differenziali non lineari, *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano* **22**, 63—73 (1952).

Банфи (Banfi C.)

1. Alcune proprietà di una equazione generalizzata di Liénard, *Rend. Ist. Lombardo Accad. Sci. Lett.* **A94**, 549—560 (1960).

Барбалат (Barbalat I.)

1. Solutions bornées et solutions périodiques pour certaines équations différentielles non linéaires du second ordre, *Acad. R. P. Romine, Bul. Sti. Sect. Sti. Mat. Fiz.* **5**, 393—402, 503—515 (1953).
2. Une propriété globale des trajectoires d'un système d'équations différentielles équivalent à l'équation des oscillations non linéaires de Liénard, там же **6**, 853—860 (1954).
3. L'allure globale des solutions de certaines équations différentielles non linéaires de second ordre, там же **7**, 653—666 (1955).
4. Applications du principe topologique de T. Ważewski aux équations différentielles du second ordre, *Ann. Soc. Polon. Math.* **5**, 303—317 (1958).
5. Oscillateur non linéaire autonome avec toutes les solutions périodiques, *Com. Acad. R. P. Romine* **9**, 691—696 (1959).

Барбалат и Халанай (Barbalat I. et Halanay A.)

1. Un critère d'existence d'un cycle limit stable pour l'équation des oscillations non linéaires, *Acad. R. P. Romine*, Stud. Cerc. Mat. **7**, 81—94 (1956).

Барбашин Е. А. и Вдовина Е. В.

1. Об условиях единственности предельных циклов, Изв. вузов, сер. матем. **3**, 43—47 (1960).

Беллман (Bellman R.)

1. A survey of the theory of the boundedness, stability, and asymptotic behaviour of solutions of linear and nonlinear differential and difference equations, O. N. R. Rep, Washington, 1949.
2. Stability theory of differential equations, New York, 1953.

Бендиксон (Bendixson I.)
1. Sur les courbes définies par des équations différentielles, *Acta Math.* **24**, 1—88 (1901). Имеется русский перевод первой главы: О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями, УМН **9**, 191—211 (1941).
Биркгоф (Birkhoff G. D.)
1. Quelques théorèmes sur le mouvement des systèmes dynamiques, *Bull. Soc. Math. France* **40**, 305—323 (1912).
2. Динамические системы, ОГИЗ, 1941.
Блакьер (Blaquière A.)
1. Mécanique non linéaire. Les oscillateurs à régimes quasi sinusoidaux, *Memor. Sci. Math.* **CXLI**, Paris (1960).
Боголюбов Н. Н. и Митропольский Ю. А.
1. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, 3-е изд., Физматгиз, 1963.
Богуш (Bogusz W.)
1. Application of the retract method in non-linear engineering problems, *Arch. Mech. Stos.* **12**, 437—450 (1960).
Брауэр (Brauer G.)
1. Remarks on a paper by Utz, *Proc. Amer. Math. Soc.* **9**, 34—36 (1958).
Брауэр (Brouwer L. E. J.)
1. Über Abbildungen von Mannigfatigkeiten, *Math. Ann.* **71**, 97—115 (1912).
2. Beweis des ebenen Translationssatzes, *Math. Ann.* **72**, 37—54 (1912).
Бхатия (Bhatia N. P.)
1. Anwendung der direkten Methode von Ljapunov zum Nachweis der Beschränktheit und der Stabilität der Lösungen einer Klasse nichtlinearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung, *Abh. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Phys. Tech. Jg.* **5** (1962).
Важевский (Ważewski T.)
1. Sur un principe topologique de l'examen de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles ordinaires, *Ann. Soc. Polon. Math.* **20**, 279—313 (1947).
2. Une mèthode topologique de l'examen du phénomène asymptotique relativement aux équations différentielles ordinaires, *Atti Accad. Naz. Lincei. Rend.*, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. **3**, 210—215 (1947).
3. Sur les intégrales asymptotiques des équations différentielles ordinaires, *C. R. Coc. Sci. Lettr. Varsov*, Cl. III, **40**, 38—42 (1947).
4. Sur une méthode topologique de l'examen de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles, *Proc. Intern. Congr. Math.*, Amsterdam, vol. III, 132—139 (1954).
Ван дер Поль (Pol B., van der)
1. A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations, *Radio Reviews*, **I**, 701—710 (1920).
Вендель (Wendel J. G.)
1. On a van der Pol equation with odd coefficients, *J. London Math. Soc.* **24**, 65—67 (1949).
Виллари (Villari G.)
1. Sull'esistenza di soluzioni periodiche per i sistemi differenziali del secondo ordine, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) **65**, 239—252 (1964).
Виноград Р. Э.
1. О предельном поведении неограниченной интегральной кривой, ДАН **66**, 5—6 (1949).
Войлоков М. И.
1. Достаточные условия существования ровно $n$ предельных циклов у системы $x' = y$, $y' = -x + F(y)$, Матем. сб. (86) **44**:2, 235—244 (1958).
Гаглиардо (Gagliardo E.)
1. Sul comportamento degli integrali dell'equazione differenziale non lineare $x'' + f(x)x' + g(x) = 0$, $g(x)$ crescente e $f(x)$ positiva per $|x| > M > 0$, *Boll. Un. Mat. Ital.* **8**, 309—314 (1953).

Гизетти (Ghizetti A.)
1. Su una particolare equazione differenziale ordinaria non lineare, *Atti Accad. Naz. Lincei. Rend.*, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8), *24*, 262—269 (1958).
2. Comportamento asintotico degli integrali dell'equazione $x''+x+\varphi(x')=0$, *Ann. Mat. Pura Appl.* **51**, 167—202 (1960).

Гомори (Gomory R. E.)
1. Critical points at infinity and forced oscillations, Contrib. theory nonlin. oscill., vol. 3, *Ann. Math. Stud.* **36**, 85—126 (1956).

Граффи (Graffi D.)
1. Equazione delle oscillazioni non-lineari in relazione alle applicazioni, *Atti Quarto Congr. Un. Mat. Ital. Taormina* **1951**, 218—231 (1953).

Даф и Левинсон (Duff G. F. D. and Levinson N.)
1. On the non-uniqueness of periodic solutions for an asymmetric Liénard equation, *Quart. Appl. Math.* **10**, 86—88 (1952).

Джонс (Jones J.)
1. On monotone and positive solutions of second order nonlinear differential equations, *Proc. Amer. Math. Soc.* **10**, 570—573 (1959).

Драгилев А. В.
1. Периодические решения дифференциального уравнения нелинейных колебаний, ПММ **16**, 85—88 (1952).

Железнов Е. И.
1. Некоторые достаточные условия существования предельных циклов, Изв. вузов, сер. матем. **1**, 127—132 (1957).

Железцов Н. А.
1. Метод точечного преобразования и задача о вынужденных колебаниях осциллятора с «комбинированным» трением, ПММ **13**, вып. 1, 3—40 (1949).

Зейферт (Seifert G.)
1. On Stability in the large for Periodic Solutions of Differential Systems, *Ann. of Math.* **67**, 83—89 (1958).
2. A note on periodic solutions of second order differential equations without damping, *Proc. Amer. Math. Soc.* **10**, 396—398 (1959).

Зламал (Zlámal M.)
1. Über die Stabilität der nichtlinearen erzwungenen Schwingungen, *Czechoslovak Math. J.* **4**, 95—103 (1954).

Зубов В. И.
1. Методы А. М Ляпунова и их применение, Изд-во ЛГУ, 1957.
2. Математические методы исследования систем автоматического регулирования, Судпромгиз, Л., 1959.

Иванов В. С.
1. Обоснование одной гипотезы Ван дер Поля в теории автоколебаний, Уч. зап. ЛГУ, сер. матем. **40** (1940).

Иошизава (Yoshizawa T.)
1. On the non-linear differential equation, *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto*, Ser. A. Math. **28**, 133—141 (1953).
2. On the convergence of solutions of the non-linear differential equation, там же **28**, 143—151 (1953).
3. Note on the existence theorem of a periodic solution of the non-linear differential equation, там же **28**, 153—159 (1953).
4. Note on the boundedness of solutions of a system of differential equations, там же **28**, 293—298 (1953).
5. Note on the solutions of a system of differential equations, там же **29**, 249—273 (1955).
6. Note on the boundedness and the ultimate boundedness of solutions of $x'=F(t,x)$, там же **29**, 275—291 (1955).
7. Appendix to the paper «Note on the boundedness and the ultimate boundedness...», там же **30**, 91—103 (1957).
8. On the necessary and sufficient condition for the uniform boundedness of solutions of $x'=F(t,x)$, там же **30**, 217—226 (1957).

9. Note on the equi-ultimate boundedness of solutions of $x' = F(t, x)$, там же **31**, 211—217 (1958).
10. On the equiasymptotic stability in the large, там же **32**, 171—180 (1959).
11. Функция Ляпунова и ограниченность решений, «Математика» (период. сб. переводов) **9** : 5, ИЛ, 1965.
12. Stability and boundedness of systems, *Arch. Rational Mech. Anal.* **6**, 409—421 (1960).
13. Existence of a bounded solution and existence of a periodic solution of the differential equation of the second order, *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto*, Ser. A. Math. **33**, 301—308 (1960).
14. Liapunov's function and boundedness of solutions, *Bol. Sco. Mat. Mexicana*, 146—151 (1960).
15. Asymptotic behaviour of solutions of non-autonomous system near sets, *J. Math. Kyoto Univ.* **1**, 303—323 (1962).

Йансенс (Janssens P.)
1. Quelques progrès récents dans l'étude des phénomènes non-linéaires, *C. R. Congr. Intern. Math. Ing. Mons — Bruxelles*, 70—95 (1958).

Каплан (Kaplan W.)
1. Stability Theory, *Proc. Symposium Nonlin. Circuit Analysis*, 3—21 (1956).

Каприоли (Caprioli L.)
1. Sulle soluzioni periodiche di una equazione fortemente non lineare, *Boll. Un. Mat. Ital.* **9**, 271—282 (1954).

Картан (Cartan E. et H.)
1. Note sur la génération des oscillations entretenues, *Ann. Postes Télégraph., Téléphon.* **14**, 1196—1207 (1925).

Картрайт (Cartwright M. L.)
1. Non-linear vibrations, *The Advancement of Science* **6** (1949).
2. Forced oscillations in non-linear systems, Contrib. theory nonlin. oscill., vol. I, *Ann. Math. Stud.* **20**, 149—241 (1950).
3. Forced oscillations in non-linear systems, *J. Res. Nat. Bur. Standards* **45**, 514—518 (1950).

Кастро (Castro A., de)
1. Estudios sorbe la mecanica no-lineal, *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* (4) **12**, 266—280, 317—329 (1952).
2. Sorpa l'equazione differenziale delle oscillazioni non-lineari, *Riv. Mat. Univ. Parma* **4**, 133—143 (1953).
3. Sulle oscillazione non-lineari dei sistemi in uno a più gradi di libertà, *Rend. Sem. Mat Univ. Padova* **22**, 294—304 (1953).
4. Soluzioni periodiche di una equazione differenziale del secondo ordine, *Boll. Un. Mat. Ital.* **8**, 26—29 (1953).
5. Sopra l'equazione differenziale di risposta di un circuito elettrico, *Boll. Un. Mat. Ital.* **9**, 167—169 (1954).
6. Un teorema di confronto per l'equazione differenziale delle oscillazioni di rilassamento, *Boll. Un. Mat. Ital.* **9**, 280—282 (1954).
7. Sull'esistenza ed unicità delle soluzioni periodiche dell'equazione $x'' + f(x, x')x' + g(x) = 0$, *Boll. Un. Mat. Ital.* **9**, 369—372 (1954).
8. Estudios sorbe la mecanica no-lineal, *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* **18**, 99—122, 146—156, 181—200 (1958).

Каччиопполи и Гизетти (Caccioppoli R. et Ghizetti A.)
1. Ricerche asintotiche per una particolare equazione differenziale non lineare, *Atti R. Accad. Ital. Rend.*, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat., Ser. VII, **3**, 427—440 (1941).

Кеччони (Cecconi J.)
1. Su di una equazione differenziale non lineare di secondo ordine, *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3) **4**, 245—278 (1950).
2. Su di una equazione differenziale di rilassamento, *Rend. Accad. Lincei.* **9**, 38—44 (1950).

Коддингтон и Левинсон
1. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений, ИЛ, 1958.

Конти (Conti R.)
1. Soluzioni periodiche dell'equazione di Liénard generalizzata Esistenza ed unicita, *Boll. Un. Mat. Ital.* **7**, 111—118 (1952).
Коттон (Cotton E.)
1. Sur les solutions asymptotiques des équations différentielles, *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* **28**, 473—521 (1911).
Красовский Н. Н.
1. Некоторые задачи теории устойчивости движения, Физматгиз, 1959.
Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н.
1. Введение в нелинейную механику, Изд-во АН УССР, Киев, 1937.
Куратовский.
1. Топология I, «Мир», 1966.
2. Топология II, «Мир», 1969.
Кушков Н. Н.
1. Качественное исследование одной системы двух дифференциальных уравнений, УМН **13**, вып. 2, 195—202 (1958).
2. Некоторые теоремы о предельных циклах для системы нелинейных колебаний, УМН **13**, вып. 2, 203—209 (1958).
Лангенхоп (Langenhop C. E.)
1. Note on Levinson's existence theorem for forced periodic solutions of a second order differential equation, *J. Math. Phys.* **30**, 36—39 (1951).
Ла-Салль (La Salle J. P.)
1. Relaxation oscillations, *Quart. Appl. Math.* **7**, 1—19 (1949).
2. A study of synchronous asymptotic stability, *Ann. of Math.* **65**, 571—581 (1957).
Ла-Салль и Лефшец (La Salle J. P. and Lefschetz S.)
1. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова, «Мир», 1964.
2. International Symposium on Nonlinear Differential Equations and Nonlinear Mechanics, New York — London, 1963.
Левин (Levin J. J.)
1. On the global asymptotic behavior of nonlinear systems of differential equations, *Arch. Rational Mech. Anal.* **6**, 65—74 (1960).
Левин и Ноэль (Levin J. J. and Noel J. A.)
1. Global asymptotic stability for nonlinear systems of differential equations and applications to reaktor dynamics, *Arch. Rational Mech. Anal.* **5**, 194—211 (1960).
Левинсон (Levinson N.)
1. On the existence of periodic solutions for second order differential equations with a forcing term, *J. Math. Phys.* **22**, 41—48 (1943).
2. On a non-linear differential equation of the second order, *J. Math. Phys.* **22**, 181—187 (1943).
3. On certain non-linear differential equations of the second order, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **29**, 222—223, 281 (1943).
4. Transformation theory of non-linear differential equations of the second order, *Ann. of Math.* **45**, 723—737 (1944).
Левинсон и Смит (Levinson N. and Smith O. K.)
1. A general equation for relaxation oscillations, *Duke Math. J.* **9**, 382—403 (1942).
Леви-Чивита (Levi-Civita T.)
1. Sopra alcuni criteri di instabilita, *Ann. Mat. Pura Appl.* **5**, 221—301 (1901).
Легатос (Legatos G. G.)
1. Sulla limetatezza delle soluzioni di certe equazioni differenziale del secondo ordine non lineari, *Boll. Un. Mat. Ital.* **16**, 439—444 (1961).
Лефшец (Lefschetz S.)
1. Existence of periodic solutions for certain differential equations, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **29**, 29—32 (1943).
2. Lektures on differential equations, *Ann. Math. Stud.*, **14**, 210 (1948).
3. Introduction to Topology, Princeton, 1949.
4. Геометрическая теория дифференциальных уравнений, ИЛ, 1961.

Литтлвуд (Littlewood J. E.)
1. On non-linear differential equations of the second order, III. The equation $y'' - k(1-y^2)y' + y = b\mu k \cos(\mu t + \alpha)$ for large $k$, and its generalizations, *Acta Math.* **97**, 267—308 (1957).
2. On non-linear differential equations of the second order, IV. The general equation $y'' + kf(y)y' + g(y) = bkp(\varphi)$, $\varphi = t + \alpha$, *Acta Math.* **98**, 1—110 (1957).

Лоуд (Loud W. S.)
1. On periodic solutions of Duffing's equation with damping, *J. Math. Phys.* **34**, 173—178 (1955).
2. Boundedness and convergence of solutions $x'' + cx' + g(x) = e(t)$, *Duke Math. J.* **24**, 63—72 (1957).
3. Behaviour of certain forced nonlinear systems of second order under large forcing, *Duke Math. J.* **24**, 235—247 (1957).

Льенар (Liénard A.)
1. Étude des oscillations autoentretenues, *Rev. Gen. Elec.* **23**, 901—902, 946—954 (1928).

Ляпунов А. М.
1. Общая задача об устойчивости движения, ОНТИ, 1935.

Мак-Харг (Mc Harg E. A.)
1. A differential equation, *J. London Math. Soc.* **22**, 83—85 (1947).

Малкин И. Г.
1. Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний, ОГИЗ, 1949.
2. Теория устойчивости движения, «Наука», 1966.
3. К вопросу об обратимости теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости, ПММ **18**, вып. 2, 129—138 (1954).
4. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний, Гостехиздат, 1956.

Мальгарини (Malgarini G.)
1. Studio asintotico del moto d'un oscillatore elastico con resistenza di tipo «subvicoso», *Ist. Lombardo Accad. Sci. Lett. Rend.* **A86**, 258—280 (1953).

Манареси (Manaresi G.)
1. Sopra alcune limitazioni per l'ampiezza delle oscillationi non-lineari, *Atti Accad. Sci. Ist. Bologna*, Cl. Sci. Fis. Rend. (II) **2**, 184—189 (1954—1955).
2. Ulteroori limitazioni per l'ampiezza di oscillazioni non-lineari, *Boll. Un. Mat. Ital.* **10**, 537—540 (1955).

Маркус (Markus L.)
1. Asymptotically autonomous differential systems, Contrib. theory nonlin. oscill., vol. 3, *Ann. Math. Stud.* **36**, 17—29 (1956).

Массера (Massera J. L.)
1. The number of subharmonic solutions of nonlinear differential equations of the second order, *Ann. of Math.* **50**, 118—126 (1949).
2. On Liapunoff's Conditions of Stability, *Ann. of Math.* **50**, 705—721 (1949).
3. The existence of periodic solutions of systems of differential equations, *Duke Math. J.* **17**, 457—475 (1950).
4. Sur un théorême de G. Sansone sur l'équation de Liénard, *Boll. Un. Mat. Ital.* **9**, 367—369 (1954).
5. К теории устойчивости, «Математика» (период. сб. переводов) **1** : 4, ИЛ, 1957.

Мизохата и Ямагути (Mizohata S. and Yamaguti M.)
1. On the existence of periodic solutions of the nonlinear differential equation, *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto*, Ser. A. Math. **27**, 109—113 (1951).

Миколайская (Mikolajska Z.)
1. Sur une propriété asymptotique des intégrales d'une équation différentielle du second ordre, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Ser. Sci. Math. Astr. Phys. **2**, 113—116 (1954).
2. Sur l'équation généralisée des oscillations entretenues, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Ser. Sci. Math. Astr. Phys. **2**, 309—313 (1954).

3. Sur un théorème de N. Levinson et O. Smith relatif à l'équation différentielle des oscillations entretenues, *Ann. Polon. Math.* **4**, 1—7 (1957).

Минорский (Minorsky N.)

1. Introduction to non-linear Mechanics, Edwards Bros., Ann. Arbor (Mich.), 1947.

Немыцкий В. В.

1. Топологические вопросы теории динамических систем, УМН **4** : 6, 91—153 (1949).

Немыцкий В. В. и Степанов В. В.

1. Качественная теория дифференциальных уравнений, 2-е изд., Гостехиздат, 1949.

Ньюмен (Newman M. N. A.)

1. On the ultimate boundedness of the solutions of certain differential equations, *Compositio Math.* **8**, 142—156 (1951).

Олех (Olech O.)

1. Periodic solutions of a system of two ordinary differential equations, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Sér. Sci. Math. Astr. Phys. **7**, 137—140 (1959).

Опяль (Opial Z.)

1. Sur les intégrales bornées de l'équation $u'' = f(t, u, u')$, *Ann. Polon. Math.* **4**, 314—324 (1958).
2. Sur un théorème de A. Filippoff, там же, **5**, 67—75 (1958).
3. Sur l'éxistence des solutions périodiques de l'équation différentielle du second ordre. *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Sér. Sci. Math. Astr. Phys. **7**, 71—75 (1959).
4. Sur la stabilité des solutions périodiques et presque-périodiques de l'équation différentielle $x'' + F(x') + g(x) = p(t)$, там же **7**, 495—500 (1959).
5. Démonstration d'un théorème de N. Levinson et C. Langenhop, *Ann. Polon. Math.* **7**, 241—246 (1960).
6. Sur la stabilité asymptotique des solutions d'un système d'équations différentielles, там же **7**, 259—267 (1960).
7. Sur les solutions périodiques et presque-périodiques de l'équation différentielle $x'' + kf(x)x' + g(x) = kp(t)$, там же **7**, 309—319 (1960).
8. Sur une équation différentielle non-linéaire du second ordre, там же **8**, 65—69 (1960).
9. Sur les solutions de l'équation différentielle $x'' + h(x)x' + f(x) = e(t)$, там же **8**, 71—74 (1960).
10. Sur un théorème de C. Langenhop et G. Seifert, там же **9**, 145—155 (1960).
11. Sur les solutions périodiques de l'équation différentielle $x'' + g(x) = p(t)$, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Sér. Sci. Math. Astr. Phys. **8**, 151—156 (1960).
12. Sur les périodes des solutions de l'équation différentielle $h'' + g(x) = 0$, *Ann. Polon. Math.* **10**, 49—72 (1961).

Плис (Plis A.)

1. On a topological method for studying the behaviour of the integrals of ordinary differential equations, *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Sér. Sci. Math. Astr. Phys. **2**, 415—418 (1954).

Плисс В. А.

1. Об ограниченности решений одной системы дифференциальных уравнений, ДАН **5** : 6, 238—240 (1961).

Пуанкаре

1. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями, ОГИЗ, 1947.
2. Новые методы небесной механики, «Наука», т. I, 1971, т. II, 1972.

Рапопорт И. М

1. О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений, Изд-во АН УССР, Киев, 1954.

Рейссиг Reissig R.)

1. Erzwungene Schwingungen mit zäher Dämpfung und starker Gleitreibung, *Math. Nachr.* **11**, 231—238 (1954); **12**, 119—128 (1954).
2. Erzwungene Schwingungen mit zäher und trockener Reibung, там же **11**, 345—384 (1954); **12**, 285—300 (1954); **12**, 249—253 (1954).

3. Über die Stabilität gedämpfter erzwungener Bewegungen mit linearer Rückstellkraft, там же **13**, 231—245 (1955); **14**, 17—20 (1955).
4. Zur Theorie der Erzwungenen Schwingungen, там же **13**, 309—312 (1955).
5. Über eine nichtlineare Differentialgleichung 2. Ordnung, там же **13**, 313—318 (1955); **14**, 65—71 (1955); **15**, 39—54 (1956).
6. Über die Existenz periodischer Lösungen für Differentialgleichungen 2. Ordnung mit einem Störungsglied, там же, **14**, 341—348 (1955).
7. Periodische Erregung eines einfachen Schwingers mit Selbststeuerung, там же **15**, 181—190 (1956).
8. Selbsterregung eines einfachen Schwingers, там же **15**, 191—196 (1956).
9. Über die Beschränkheit der Lösungen einer nichtlinearen Differentialgleichung, там же **15**, 375—383 (1956).
10. Über die Eindeutigkeit gewisser Relaxationsschwingungen, *Z. a Angew. Math. Mech.* **38**, 301—303 (1958).
11. Über die totale Stabilität erzwungener Reibungsschwingungen, *Abh. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Phys. Tech. Jg.* **1**, 1959.
12. Kriterien für die Zugehörigkeit dynamischer Systeme zur Klasse *D*, *Math. Nachr.* **20**, 67—72 (1959).
13. Einige topologische Fragen in Zusammenhang mit erzwungenen Schwingungen, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin.* **1**, 145—154 (1959).
14. Über stabiles Verhalten bei periodischer Erregung, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin.* **1**, 205—211 (1959).
15. Ein Kriterium für asymptotische Stabilität, *Z. a Angew. Math. Mech.* **40**, 94—99 (1960).
16. Neue Probleme und Methoden aus der qualitativen Theorie der Differentialgleichungen, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin.* **2**, 1—8 (1960).
17. Stabilitätsprobleme in der qualitativen Theorie der Differentialgleichungen, *Jber. Deutsch. Math. Verein.* **63**, 97—116 (1960).
18. Über die asmyptotische Stabilität im ganzen bei der Duffingschen Gleichung, *Math. Nachr.* **22**, 129—135 (1960).
19. Die Übertragungsprozesse bei der Duffingschen Gleichung, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin*, **2**, 711—715 (1960).
20. Eine Methode zur Stabilitätsuntersuchung bei gewissen Differentialgleichungen, там же **3**, 1—5 (1961).
21. Beurteilung nichtlinearer Systeme auf der Grundlage der Strukturstabilität, Intern. Sympos. Nonlin. Diff. Eq. Nonlin. Mech., New York — London, 24—32 (1963).
22. Über die Konstruktion einer Ljapunowschen Funktion für die verallgemeinerte Liénardsche Gleichung, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin*, **4**, 342—348 (1962).

Рейтер (Reuter G. E. H.)
1. On certain non-linear differential equations with almost periodic solutions, *J. London Math. Soc.* **26**, 215—221 (1951).
2. A boundedness theorem for non-linear differential equations of the second order. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **47**, 49—54 (1951).
3. Boundedness theorems for non-linear differential equations of the second order, II, *J. London. Math. Soc.* **27**, 48—59 (1952).

Сансоне (Sansone G.)
1. Sopra l'equazione di A. Liénard per le oscillazioni di rilassamento, *Ann. Math. Pura Appl.* **28**, 153—181 (1949).
2. Sopra una classe di equazioni di Liénard prive di integrali periodici, *Atti Accad. Naz. Lincei. Rend.*, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) **6**, 156—160 (1949).
3. Soluzioni periodiche dell'equazione di Liénard. Calcolo del periodo, *Univ. e Politec. Torino. Rend. Sem. Mat.* **10**, 155—171 (1951).
4. Le equazioni delle oscillazioni non lineari — risultati analitici, Atti Quarto Congr. Un. Mat. Ital. Taormina 1951, 186—217 (1953).

Сансоне и Конти (Sansone G. und Conti R.)
1. Soluzioni periodiche dell'equazione $x'' + f(x)x' + g(x) = 0$, avente due soluzioni singolari, *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg* **20**, 186—195 (1956).
2. Equazioni differenziali non lineari, Roma, 1956.

Сантоpo (Santoro P.)
1. Un criterio di limitatezza in futuro delle soluzioni di una equazione differenziale non lineare, *Boll. Un. Mat. Ital.* **11**, 432 (1956).
Сестини (Sestini G.)
1. Criterio di stabilità in un problema di meccanica non lineare, *Riv. Mat. Univ. Parma* **2**, 303—314 (1951).
2. Criteri di stabilita per il moto di un punto soggetto a forza elastica, a risistenza e ad una forza disturbatrice, Atti Quarto Congr. Un. Mat. Ital. Taormina 1951, 559—564 (1953).
3. Criterio di stabilità in un problema non lineare di meccanica dei sistemi a più gradi di libertà, *Riv. Mat. Univ. Parma*, **5**, 227—232 (1954).
Сковронский и Земба (Skowrónski J. and Ziemba S.)
1. The problem of vibrations of non-autonomic systems with strong nonlinearity, *Arch. Mech. Stos.* **10**, 517—523 (1958).
Солнцев Ю. К.
1. О предельном поведении интегральных кривых одной системы дифференциальных уравнений, Изв. АН СССР, сер. матем. **9**, 233—240 (1945).
Стокер
1. Нелинейные колебания в механических и электрических системах, ИЛ, 1953.
Стопелли (Stoppelli F.)
1. Su un'equazione differenziale della meccanica dei fili, *Rend. Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli* **19**, 109—114 (1952).
Треффц (Trefftz E.)
1. Zu den Grundlagen der Schwingungstheorie, *Math. Ann.* **95**, 307—312 (1926).
Урабе (Urabe K.)
1. On the existence of periodic solutions for certain non-linear differential equations, *Math. Japon* **2**, 23—26 (1949).
Утц (Utz W. R.)
1. Boundedness and periodicity of solutions of the generalized Liénard equation, *Ann. Mat. Pura Appl.* **42**, 313—324 (1956).
2. A note on second-order nonlinear differential equations, *Proc. Amer. Math. Soc.* **7**, 1047—1048 (1957).
3. Properties of solutions of certain second order nonlinear differential equations, *Proc. Amer. Math. Soc.* **8**, 1024—1028 (1957).
Фигуэйредо (Figueiredo R. P., de)
1. Existence and uniqueness of the periodic solution of an equation for autonomous oscillations, Contrib. theory nonlin. oscill., vol. 5, *Ann. Math. Stud.* **45**, 269—284 (1960).
Филиппов А. Ф.
1. Достаточное условие существования устойчивого предельного цикла для уравнения второго порядка, Матем. сб. **30** (72), 171—180 (1952).
2. Дифференциальное уравнение с разрывной правой частью, Матем. сб. **51**, 99—128 (1960).
Хааке (Haacke W.)
1. Über die nichtlineare Mechanik, *Phys. Bl.* **9**, 398—405 (1953).
Халанай (Halanay A.)
1. Nouveaux critériums d'existence des solutions périodiques pour l'équation des oscillations non linéaires forcées, *Acad. R. P. Romine, Bull. Sti. Sect. Sti. Mat. Fis.* **5**, 373—381 (1953).
Хан (Hahn W.)
1. Probleme und Methoden der modernen Stabilitätstheorie, *MTW-Mitt.* **4**, 119—134 (1957).
2. Theorie und Anwendung der direkten Methode von Ljapunov, *Ergebn. Math. Grenzgeb. Neue Folge* **22** (1959).
3. Über die mathematische Behandlung von selbsttätigen Regelungsvorgängen, *Math. Phys. Semesterber.* **6**, 233—244 (1959).

Хаяси
1. Вынужденные колебания в нелинейных системах, ИЛ, 1957.
Худай-Веренов М. Г.
1. Некоторые теоремы о предельных циклах для уравнения Льенара, УМН **12**, 389—396 (1957).
Чезари Л.
1. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений, «Мир», 1964.
Четаев Н. Г.
1. Устойчивость движения, ОГИЗ, 1946.
Чжи-фен Чжан
1. О единственности предельных циклов некоторых уравнений нелинейных колебаний, ДАН **119**, № 4, 659—666 (1958).
Штейнберг Т. С.
1. О периодических решениях дифференциального уравнения нелинейных колебаний с жестким и сухим трением, Изв. АН СССР, ОТН **4** (1954).
Эрман (Ehrmann H.)
1. Nachweis periodischer Lösungen bei gewissen nichtlinearen Schwingungsdifferentialgleichungen, *Arch. Rational Mech. Anal.* **1**, 124—138 (1957).

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

*Р. Рейссиг, Г. Сансоне, Р. Конти*

Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений

М., 1974, 320 стр. с илл.

Редактор *И. Е. Морозова*
Техн. редактор *К. Ф. Брудно*
Корректор *Л. Н. Боровина*

Сдано в набор 20/III 1974 г. Подписано к печати 16/IX 1974 г. Бумага 60×90/16, тип. № 1. Физ. печ. л. 20. Условн. печ. л. 20. Уч.-изд. л. 19,2. Тираж 10 000 экз. Цена 1 р. 62 к. Заказ № 133

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном Комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
198052, Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29