

219. Имеют ли решения в окрестности точки $(1, 0)$ следующие задачи Коши:

а) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = 2y \text{ при } x = 1;$

б) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = 2y \text{ при } x = 1 + y?$

220*. Имеют ли решения в окрестности точки $(1, 1)$ следующие задачи Коши для уравнения

$$(x^3 - 3xy^2) \frac{\partial z}{\partial x} + (3x^2y - y^3) \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

а) $z = \sin y \text{ при } x^2 + y^2 = 2;$

б) $z = \sin y \text{ при } x = 1?$

221. Какому условию должна удовлетворять функция $\varphi(x) \in C^1$ для того, чтобы задача Коши

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = \varphi(x) \text{ при } y = 0, \quad -\infty < x < \infty,$$

имела решение на всей плоскости x, y ?

ОТВЕТЫ

- 15.** $f(x, y) = 0$; $f'_x < 0$ (max), $f'_x > 0$ (min). **16.** а) $y = x^2 + 2x$; б) $x = 2 \operatorname{ch} y$; в) $xy^3 = -(1 - x^2)^2$; г) $f'_x + f \cdot f'_y = 0$.
17. $y = e^{xy'/y}$. **18.** $y' = 3y^{2/3}$. **19.** $xy' = 3y$. **20.** $y^2 + y'^2 = 1$.
21. $x^2y' - xy = yy'$. **22.** $2xyy' - y^2 = 2x^3$. **23.** $y'^3 = 4y(xy' - 2y)$.
24. $y' = \cos \frac{x\sqrt{1-y'^2}}{y}$. **25.** $x(x-2)y'' - (x^2-2)y' + 2(x-1)y = 0$. **26.** $(yy'' + y'^2)^2 = -y^3y''$. **27.** $y''y^2(\ln y - 1) = y'^2(xy' - y)$.
28. $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 0$. **29.** $y'''y' = 3y''^2$. **30.** $(y-2x)^2(y'^2 + 1) = (2y'+1)^2$. **31.** $xy'^2 = y(2y'-1)$. **32.** $(xy' - y)^2 = 2xy(y'^2 + 1)$. **33.** $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$. **34.** $(y''y + y'^2 + 1)^2 = (y'^2 + 1)^3$.
35. $yy' + zz' = 0$, $y^2 + 2xzz' = x^2z'^2$. **36.** $x^2 + y^2 = z^2 - 2z(y - xy')$; $x + yy' = zz' - z'(y - xy')$. **37.** $4yy' = -x$. **38.** $y' = -2y$.
39. $(x^2 + y)y' = -x$. **40.** $(x+y)y' = y - x$; $(x-y)y' = x + y$.
41. $(x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm x\sqrt{3}$. **42.** $(3x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm 3x\sqrt{3}$. **43.** $(2x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm 2x\sqrt{3}$. **44.** $r'\sin\theta = r^2$. **45.** $r' = \frac{1}{2}r\operatorname{ctg}\theta$. **46.** $r' = r\operatorname{ctg}(\theta \pm 45^\circ)$. **47.** $(x+2y)y' = -3x - y$; $(3x+2y)y' = y - x$.
48. $y'[2xy \pm (x^2 - y^2)] = y^2 - x^2 \pm 2xy$. **49.** $x(1 + y'^2) = -2yy'$.
50. $yy'^3 + xy'^2 = -1$. **51.** $y = C(x+1)e^{-x}$; $x = -1$. **52.** $\ln|x| = C + \sqrt{y^2 + 1}$; $x = 0$. **53.** $y(\ln|x^2 - 1| + C) = 1$, $y = 0$; $y[\ln(1-x^2) + 1] = 1$.
54. $y = 2 + C \cos x$; $y = 2 - 3 \cos x$. **55.** $y = (x-C)^3$; $y = 0$; $y = (x-2)^3$; $y = 0$. **56.** $y(1-Cx) = 1$; $y = 0$; $y(1+x) = 1$. **57.** $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$. **58.** $(Ce^{-x^2} - 1)y = 2$; $y = 0$. **59.** $e^{-s} = 1 + Ce^t$.
60. $z = -\lg(C - 10^x)$. **61.** $x^2 + t^2 - 2t = C$. **62.** $\operatorname{ctg} \frac{y-x}{2} = x + C$; $y - x = 2\pi k$, $k = 0, \pm 1, \dots$ **63.** $2x + y - 1 = Ce^x$. **64.** $x + 2y + 2 = Ce^y$; $x + 2y + 2 = 0$. **65.** $\sqrt{4x + 2y - 1} - 2 \ln(\sqrt{4x + 2y - 1} + 2) = x + C$. **66.** $y = \operatorname{arctg}\left(1 - \frac{2}{x}\right) + 2\pi$. **67.** $y = 2$. **68.** а) $2y^2 + x^2 = C$; б) $y^2 + 2x = C$; в) $y^2 = Ce^{x^2 + y^2}$. **71.** $(C \pm x)y = 2a^2$. **72.** $b \ln y - y = \pm x + C$, $0 < y < b$. **73.** $a \ln(a \pm \sqrt{a^2 - y^2}) \mp \sqrt{a^2 - y^2} = x + C$. **74.** $y = Cx^2$. **75.** $y = Cx^2$; $y^2 = Cx$. **76.** $r(1 \pm \cos\varphi) = C$.
77. Количество азота (в литрах) $x(t) = 20 - 4e^{-t/200}$; $x(t) = 19,8$ при $t = 200 \ln 20 \approx 600$ сек = 10 мин. **78.** Количество соли $x(t) = 10e^{-t/20}$; $x(60) = 10e^{-3} \approx 0,5$ кг. **79.** Объем CO₂ (в м³) $x(t) = 0,08 + 0,22e^{-t/10}$; $x(t) = 0,1$ при $t = 10 \ln 11 \approx 24$ мин. **80.** Темпе-

ратура тела $x(t) = 20 + 80 \cdot 2^{-t/10}$; $x(t) = 25$ при $t = 40$ мин. **81.** Разность температур воды и предмета $x(t) = 55 \cdot (3/5)^t$; $x(t) = 1$ при $t = \ln 55 / (\ln 5 - \ln 3) \approx 8$ мин. **82.** Температура металла $x(t) = a + \frac{b-a}{60} \left(t - \frac{1-e^{-kt}}{k} \right)$; $x(60) = b - \frac{b-a}{60k} (1 - e^{-60k})$. **83.** Скорость (в м/сек) $v(t) = (2/3)^{(t/4)-1}$; $v(t) = 0,01$ при $t = 4 \left(\frac{2}{\lg 1,5} + 1 \right) \approx 50$ сек; путь $s = \frac{6}{\ln 1,5} \approx 15$ м. **84.** Оставшееся количество вещества $x(t) = x(0)2^{-t/30}$; $x(t) = 0,01x(0)$ при $t = 60 / \lg 2 \approx 200$ дней. **85.** Оставшееся количество радия $x(t) = x(0) \cdot (1 - 0,00044)^t$; $x(t) = \frac{1}{2}x(0)$ при $t = \ln 0,5 / \ln(1 - 0,00044) \approx 1600$ лет. **86.** Количество урана $x(t) = x(0)e^{-\alpha t}$, $\alpha = \ln 2 / (4,5 \cdot 10^9)$; $x(t) = 100$, $x(0) = 100 + 14 \cdot \frac{238}{206} = 116,2$; $t = 4,5 \cdot 10^9 \cdot \frac{\lg 1,162}{\lg 2} \approx 970 \cdot 10^6$ лет. **87.** Количество света, прошедшего через слой в x см, $y(x) = y(0) \cdot 2^{-t/35}$; $y(200) = y(0)2^{-40/7} \approx 0,02 \cdot y(0)$; поглощается $100\% - 2\% = 98\%$. **88.** Скорость $v(t) = 50 \operatorname{th} \frac{t}{5}$, путь (в метрах) $s(t) = 250 \operatorname{lnch} \frac{t}{5}$; $s(t) = 1000$ при $\operatorname{ch} \frac{t}{5} = e^4$, $t \approx 5(4 + \ln 2) \approx 23$ сек. **89.** Скорость $v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{tg} \sqrt{kg}(C-t)$, $g = 10$, $k = 0,012$, $C = \frac{1}{\sqrt{kg}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{k}{g}}v(0) \approx 1,75$; $v(t) = 0$ при $t = C \approx 1,75$ сек; наибольшая высота $h = \frac{1}{2k} \ln \left(\frac{k}{g} v^2(0) + 1 \right) \approx 16,3$ м (без сопротивления воздуха $t = 2$ сек, $h = 20$ м). **90.** Скорость $v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{th} \sqrt{kg}t$, путь $s(t) = \frac{1}{k} \operatorname{lnch} \sqrt{kg}t$; $s(t) = h = 16,3$ м при $t = \frac{1}{\sqrt{kg}} \ln(e^{kh} + \sqrt{e^{2kh} - 1}) \approx 1,87$ сек, $v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}} (1 - e^{-2kh}) \approx 16,4$ м/сек. **91.** Высота уровня воды $h(t)$; $\sqrt{H} - \sqrt{h} = 0,3\sqrt{2g} \frac{r^2}{R^2} t$; $h(t) = 0$ при $t = \frac{R^2}{0,3r^2} \sqrt{\frac{H}{2g}} \approx 1050$ сек $= 17,5$ мин. **92.** $(2R - h(t))^{3/2} = 0,45\pi r^2 \sqrt{2g} \frac{t}{H}$, $h(t) = 0$ при $t = \frac{2RH}{0,45\pi r^2} \sqrt{\frac{R}{g}} \approx 1040$ сек. **93.** $\sqrt{H} - \sqrt{h(t)} = kt$, $k = \frac{\sqrt{H}}{5} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; $h(t) = 0$ при $t = 5(2 + \sqrt{2}) \approx 17$ мин. **94.** $H^{5/2} - [h(t)]^{5/2} = \frac{3d^2 H^2 t}{8R^2} \sqrt{2g}$; $h(t) = 0$ при $t = (4R^2/3d^2) \sqrt{2H/g} \approx 27$ сек. **95.** Объем воды в баке в литрах $x(t)$; $t = \frac{2q}{a^2} \ln \frac{q}{q-a\sqrt{x}} - \frac{2}{a} \sqrt{x}$, $q = 1,8$, $a = 10^{-3/2}$; $x(t) = 360$ при $t = 260$ сек (для бака без отверстия в дне $t = 200$ сек). **96.** Удлинение нижнего куска длины x равно $y(x) = \frac{kPx^2}{2t}$, а всего шнура — $y(l) = \frac{kPl}{2}$. **97.** На высоте h км давление $p(h) = e^{-0,12h}$ ($\text{кГ}/\text{см}^2$). **98.** Сила натяжения каната на расстоянии φ (в радианной мере) по дуге от начальной точки равна $f(\varphi) = f(0)e^{\varphi/3}$; $f(6\pi) = 10e^{2\pi} \approx 5000$ кГ. **99.** Количество оставшейся воды $m(t) = m_0 - v(q_1 - q_0) \left(1 - e^{-\frac{k}{v}t} \right)$, k — коэффициент пропорциональности. **100.** После сгорания массы x топлива скорость ракеты $v(x) = c \ln \frac{M}{M-x}$; $v(M-m) = c \ln \frac{M}{m}$. **101.** $x + y = Cx^2$;

- $x = 0$. **102.** $\ln(x^2 + y^2) = C - 2 \operatorname{arctg}(y/x)$. **103.** $x(y-x) = Cy; y = 0$.
104. $x = \pm y\sqrt{\ln Cx}; y = 0$. **105.** $y = Ce^{y/x}$. **106.** $y^2 - x^2 = Cy; y = 0$.
107. $\sin \frac{y}{x} = Cx$. **108.** $y = -x \ln \ln Cx$. **109.** $\ln \frac{x+y}{x} = Cx$.
110. $\ln Cx = \operatorname{ctg}(\frac{1}{2} \ln \frac{y}{x}); y = xe^{2\pi k}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ **111.** $2\sqrt{xy} = x \ln Cx; y = 0; x = 0$. **112.** $\arcsin \frac{y}{x} = \ln Cx \cdot \operatorname{sgn} x; y = \pm x$.
113. $(y - 2x)^3 = C(y - x - 1)^2; y = x + 1$. **114.** $2x + y - 1 = Ce^{2y-x}$. **115.** $(y - x + 2)^2 + 2x = C$. **116.** $(y - x + 5)^5(x + 2y - 2) = C$. **117.** $(y + 2)^2 = C(x + y - 1); y = 1 - x$. **118.** $y + 2 = Ce^{-2 \operatorname{arctg} \frac{y+2}{x-3}}$. **119.** $\ln \frac{y+x}{x+3} = 1 + \frac{C}{x+y}$. **120.** $\sin \frac{y-2x}{x+1} = C(x+1)$.
121. $x^2 = (x^2 - y) \ln Cx; y = x^2$. **122.** $x = -y^2 \ln Cx; y = 0$.
123. $x^2 y^4 \ln Cx^2 = 1; y = 0; x = 0$. **124.** $y^2 e^{-1/xy} = C; y = 0; x = 0$. **125.** $(2\sqrt{y} - x) \ln C(2\sqrt{y} - x) = x; 2\sqrt{y} = x$. **126.** $1 - xy = Cx^3(2 + xy); xy = -2$. **127.** $2\sqrt{(1/xy^2) - 1} = -\ln Cx; y = 0; xy^2 = 1$. **128.** $\arcsin \frac{y^2}{|x^3|} = \ln Cx^3; |x^3| = y^2$. **129.** $x^2 y \ln Cy = 1; y = 0$.
130. а) $y^2 = C(x+y); y = -x$; б) $(y+x)^2(y-2x)^4 = C(y-x)^3; y = x$. **131.** $y = C(x^2 + y^2)$. **132.** $x^2 + y^2 = Cx$. **133.** При $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = 1$.
136. $y = Cx^2 + x^4$. **137.** $y = (2x+1)(C + \ln|2x+1|) + 1$. **138.** $y = \sin x + C \cos x$. **139.** $y = e^x (\ln|x| + C); x = 0$. **140.** $xy = C - \ln|x|$.
141. $y = x(C + \sin x)$. **142.** $y = Ce^{x^2} - x^2 - 1$. **143.** $y = C \ln^2 x - \ln x$.
144. $xy = (x^3 + C)e^{-x}$. **145.** $x = y^2 + Cy; y = 0$. **146.** $x = e^y + Ce^{-y}$. **147.** $x = (C - \cos y) \sin y$. **148.** $x = 2 \ln y - y + 1 + Cy^2$.
149. $x = Cy^3 + y^2; y = 0$. **150.** $(y-1)^2 x = y - \ln Cy; y = 0; y = 1$.
151. $y(e^x + Ce^{2x}) = 1; y = 0$. **152.** $y(x+1)(\ln|x+1| + C) = 1; y = 0$. **153.** $y^{-3} = C \cos^3 x - 3 \sin x \cos^2 x; y = 0$. **154.** $y^3 = Cx^3 - 3x^2$. **155.** $y^2 = Cx^2 - 2x; x = 0$. **156.** $y = x^4 \ln^2 Cx; y = 0$.
157. $y^{-2} = x^4(2e^x + C); y = 0$. **158.** $y^2 = x^2 - 1 + C\sqrt{|x^2 - 1|}$.
159. $x^2(C - \cos y) = y; y = 0$. **160.** $xy(C - \ln^2 y) = 1$. **161.** $x^2 = Ce^{2y} + 2y$. **162.** $y^2 = C(x+1)^2 - 2(x+1)$. **163.** $e^{-y} = Cx^2 + x$.
164. $\cos y = (x^2 - 1) \ln C(x^2 - 1)$. **165.** $y = 2e^x - 1$. **166.** $y = -2e^x$.
167. $y = \frac{2}{x} + \frac{4}{Cx^5 - x}; y = \frac{2}{x}$. **168.** $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{Cx^{2/3} + x}; y = \frac{1}{x}$. **169.** $y = x + \frac{x}{x+C}; y = x$. **170.** $y = x + 2 + \frac{4}{Ce^{4x} - 1}; y = x + 2$. **171.** $y = e^x - \frac{1}{x+C}; y = e^x$. **172.** $3x = C\sqrt{|y|} - y^2; y = 0$. **173.** $xy = Cx^3 + 2a^2$.
174. $xy = a^2 + Cy^2$. **175.** Через 20 мин; 3,68 кГ. **176.** Через 62 дня.
177. $y = y_1 + C(y_2 - y_1)$. **178.** $y = \operatorname{tg} x - \sec x$. **179.** b/a . **180.** b/a .
181. $x(t) = \int_{-\infty}^t e^{s-t} f(s) ds = \int_{-\infty}^0 e^z f(z+t) dz$. **182.** $y(x) = \int_{+\infty}^x e^{x^2 - t^2} dt \rightarrow -\frac{1}{2}$ при $x \rightarrow +\infty$. **183.** $y(x) = \int_0^\infty e^{-s - \sin s \cdot \cos(s+2x)} \sin(x+s) ds$.
186. $3x^2 y - y^3 = C$. **187.** $x^2 - 3x^3 y^2 + y^4 = C$. **188.** $xe^{-y} - y^2 = C$.

- 189.** $4y \ln x + y^4 = C$. **190.** $x + \frac{x^3}{y^2} + \frac{5}{y} = C$. **191.** $x^2 + \frac{2}{3}(x^2 - y)^{3/2} = C$.
192. $x - y^2 \cos^2 x = C$. **193.** $x^3 + x^3 \ln y - y^2 = C$. **194.** $x^2 + 1 = 2(C - -2x) \sin y$. **195.** $2x + \ln(x^2 + y^2) = C$. **196.** $x + \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = C$. **197.** $xy + C = \sqrt{1 + y^2}$. **198.** $2x^3 y^3 - 3x^2 = C$. **199.** $y^2 = x^2(C - 2y)$; $x = 0$.
200. $(x^2 - C)y = 2x$. **201.** $x^2 + \ln y = Cx^3$; $x = 0$. **202.** $y \sin xy = C$.
203. $\frac{x^2}{2} + xy + \ln|y| = C$; $y = 0$. **204.** $-x + 1 = xy(\operatorname{arctg} y + C)$; $x = 0$; $y = 0$. **205.** $x + 2 \ln|x| + \frac{3}{2}y^2 - \frac{y}{x} = C$; $x = 0$. **206.** $\sin \frac{y}{x} = Ce^{-x^2}$. **207.** $\ln|y| - ye^{-x} = C$; $y = 0$. **208.** $\ln\left(\frac{x^2}{y^2} + 1\right) = 2y + C$; $y = 0$. **209.** $x^2 y \ln Cxy = -1$; $x = 0$; $y = 0$. **210.** $x^2 + y^2 = y + Cx$; $x = 0$. **211.** $x^2 y + \ln|x/y| = C$; $x = 0$; $y = 0$. **212.** $2xy^2 + (1/xy) = C$; $x = 0$; $y = 0$. **213.** $\ln\left|\frac{x+y}{y}\right| + \frac{y(1+x)}{x+y} = C$; $y = 0$; $y = -x$.
214. $\sin^2 y = Cx - x^2$; $x = 0$. **215.** $y = C \ln x^2 y$. **216.** $\sin y = -(x^2 + +1) \ln C(x^2 + 1)$. **217.** $xy(C - x^2 - y^2) = -1$; $x = 0$; $y = 0$. **218.** $y^2 = Cx^2 e^{x^2 y^2}$. **219.** $x \sqrt{1 + (y^2/x^2)} + \ln\left(y/x + \sqrt{1 + (y^2/x^2)}\right) = C$; $x = 0$. **220.** $x^3 - 4y^2 = Cy \sqrt[3]{xy}$; $x = 0$; $y = 0$. **221.** а) $y_0 = 0$, $y_1 = x^2/2$, $y_2 = (x^2/2) - (x^5/20)$. б) $y_0 = 1$, $y_1 = x^3$, $y_2 = 1 + x^3 - -x + (x^7 - 1)/7$. в) $y_0 = 1$, $y_1 = 1 + 2x$, $y_2 = \frac{1}{2}(e^{2x} + 1) + x + x^2$. г) $y_0 = 2\pi$, $y_1 = \pi + x$, $y_2 = 2\pi + x + x \cos x - \sin x$. **222.** а) $y_0 = 1$, $z_0 = 0$; $y_1 = x^2$, $z_1 = x - 1$; $y_2 = x^2 + (x - 1)^2/2$, $z_2 = (x^3 - 1)/3$. б) $x_0 = 1$, $y_0 = 2$; $x_1 = 1 + 2t$, $y_1 = 2 + t$; $x_2 = 1 + 2t + (t^2/2)$, $y_2 = 2 + +t + 2t^2 + (4/3)t^3$. в) $y_0 = 1$, $y_1 = 1$, $y_2 = 1 + x^2$. г) $x_0 = 2$, $x_1 = 3 - t$, $x_2 = 5 - 4t + t^3$. **223.** а) $-0,5 \leq x \leq 0,5$. б) $0,87 \leq x \leq 1,13$. в) $0,8 \leq t \leq 1,2$. г) $-0,1 \leq t \leq 0,1$. **224.** $y_3 = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20} + \frac{x^8}{160} - \frac{x^{11}}{4400}$, $|y - y_3| < 0,00003$.
225. а) Вся плоскость. б) $y \neq 2x$. в) $y \neq 2$, $y > 0$. г) $y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ д) $x > 0$, $y \neq x$. е) $x \neq 0$, $|y| > |x|$. **226.** При $0 < a < 1$ в точках оси Ox . **228.** а) x_0 и y'_0 любые, $y_0 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ б) $x_0 \neq -1$, $y_0 > 0$, y'_0 любое. в) $x_0 \neq y_0$, $x_0 y_0 > 0$, $y'_0 \neq 0$, y''_0 любое. г) $x_0 \neq y'_0$, $y_0 \neq 0$, y''_0 любое. д) t_0 и y_0 любые, $x_0 \neq 0$. е) $t_0 > - -1$, $x_0 \neq 0$, $y_0 \neq t_0$. **229.** а) Нет. б) Да. **230.** а) Нет. б) Нет. в) Да.
231. В случае $n = 1$ нет решений, при $n = 2$ одно решение, при $n = = 3$ бесконечно много решений. **232.** В случае $n = 1$ нет решений, если $\operatorname{tg} \alpha \neq f(x_0, y_0)$, и одно решение, если $\operatorname{tg} \alpha = f(x_0, y_0)$; в случае $n = 2$ одно решение, а при $n \geq 3$ бесконечно много. **233.** $n \geq 5$.
234. $n \geq 4$. **236.** а) 3. б) 2. в) 4. г) 4. д) 3. е) 1. **237.** а) $0 \leq a \leq 1$. б) $a \leq \frac{1}{2}$. в) $1 \leq a \leq \frac{3}{2}$. г) $-\frac{1}{2} \leq a \leq 0$. **241.** $y = Ce^{\pm x}$. **242.** $y^2 = (x + C)^3$; $y = 0$. **243.** $y + x = (x + C)^3$; $y = -x$. **244.** $(x + C)^2 + y^2 = 1$; $y = \pm 1$. **245.** $y(x + C)^2 = 1$; $y = 0$. **246.** $y[1 + (x - C)^2] = 1$; $y = 0$; $y = 1$. **247.** $(y - x)^2 = 2C(x + y) - C^2$; $y = 0$. **248.** $(x - 1)^{4/3} + +y^{4/3} = C$. **249.** $4y = (x + C)^2$; $y = Ce^x$. **250.** $y^2(1 - y) = (x + C)^2$;

- $y = 1.$ **251.** $y = Ce^x;$ $y = Ce^{-x} + x - 1.$ **252.** $x^2y = C;$ $y = Cx.$ **253.** $x^2 + C^2 = 2Cy;$ $y = \pm x.$ **254.** $(x + C)^2 = 4Cy;$ $y = 0;$ $y = x.$ **255.** $\ln |1 \pm 2\sqrt{2y-x}| = 2(x + C \pm \sqrt{2y-x});$ $8y = 4x+1.$ **256.** $(x+2)^{4/3} + C = 4e^{-y/3}.$ **257.** $y = 2x^2+C;$ $y = -x^2+C.$ **258.** $y = Cx^{-3} \pm \pm 2\sqrt{x/7}.$ **259.** $\ln Cy = x \pm 2e^{x/2};$ $y = 0.$ **260.** $\ln Cy = x \pm \sin x;$ $y = 0.$ **261.** $\arctg u + \frac{1}{2} \ln|(u-1)/(u+1)| = \pm x + C,$ где $u = \sqrt[4]{1 - (1/y^2)};$ $y = 0;$ $y = \pm 1.$ **262.** $x^2 + (Cy+1)^2 = 1;$ $y = 0.$ **263.** $(Cx+1)^2 = 1-y^2;$ $y = \pm 1.$ **264.** $2(x-C)^2 + 2y^2 = C^2;$ $y = \pm x.$ **265.** $y = Ce^{\pm x} - x^2.$ **266.** $y^2 = C^2x - C;$ $4xy^2 = -1.$ **267.** $x = p^3 + p,$ $4y = 3p^4 + 2p^2 + C.$ **268.** $x = \frac{2p}{p^2-1},$ $y = \frac{2}{p^2-1} - \ln|p^2-1| + C.$ **269.** $x = p\sqrt{p^2+1},$ $3y = = (2p^2-1)\sqrt{p^2+1} + C.$ **270.** $x = \ln p + (1/p),$ $y = p - \ln p + C.$ **271.** $x = = 3p^2 + 2p + C,$ $y = 2p^3 + p^2;$ $y = 0.$ **272.** $x = 2 \arctg p + C,$ $y = \ln(1+p^2);$ $y = 0.$ **273.** $x = \ln|p| \pm \frac{3}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{p+1}-1}{\sqrt{p+1}+1} \right| \pm 3\sqrt{p+1} + C,$ $y = p \pm (p+1)^{3/2};$ $y = \pm 1.$ **274.** $x = e^p + C,$ $y = (p-1)e^p;$ $y = -1.$ **275.** $x = = \pm \left(2\sqrt{p^2-1} + \arcsin \frac{1}{|p|} \right) + C,$ $y = \pm p\sqrt{p^2-1};$ $y = 0.$ **276.** $x = = \pm \left(\ln \left| \frac{1-\sqrt{1-p}}{1+\sqrt{1-p}} \right| + 3\sqrt{1-p} \right) + C,$ $y = \pm \pm p\sqrt{1-p};$ $y = 0.$ **277.** $x = = \pm 2\sqrt{1+p^2} - \ln(\sqrt{p^2+1} \pm 1) + C,$ $y = -p \pm \pm p\sqrt{p^2+1};$ $y = 0.$ **278.** $4y = C^2 - 2(x-C)^2;$ $2y = x^2.$ **279.** $x = -\frac{p}{2} + C,$ $5y = C^2 - \frac{5p^2}{4};$ $x^2 = 4y.$ **280.** $\pm xp\sqrt{2\ln Cp} = 1,$ $y = \mp \left(\sqrt{2\ln Cp} - \frac{1}{\sqrt{2\ln Cp}} \right).$ **281.** $pxy = y^2 + p^3,$ $y^2(2p+C) = p^4;$ $y = 0.$ **282.** $y^2 = 2Cx - C \ln C;$ $2x = 1 + 2 \ln|y|.$ **283.** $Cx = \ln Cy;$ $y = ex.$ **284.** $xp^2 = C\sqrt{|p|} - 1,$ $y = xp - x^2p^3;$ $y = 0.$ **285.** $2p^2x = C - C^2p^2,$ $py = C;$ $32x^3 = -27y^4;$ $y = 0.$ **286.** $y^2 = 2C^3x + C^2;$ $27x^2y^2 = 1.$ **287.** $y = Cx - C^2;$ $4y = x^2.$ **288.** $x\sqrt{p} = \ln p + C,$ $y = \sqrt{p}(4 - \ln p - C);$ $y = 0.$ **289.** $x = 3p^2 + Cp^{-2},$ $y = 2p^3 + 2Cp^{-1};$ $y = 0.$ **290.** $y = Cx - C - 2.$ **291.** $C^3 = 3(Cx - y);$ $9y^2 = 4x^3.$ **292.** $x = C(p-1)^{-2} + 2p + 1,$ $y = Cp^2(p-1)^{-2} + p^2;$ $y = 0;$ $y = x - 2.$ **293.** $y = Cx - \ln C;$ $y = \ln x + 1.$ **294.** $y = \pm 2\sqrt{Cx} + C;$ $y = -x.$ **295.** $2C^2(y - Cx) = 1;$ $8y^3 = 27x^2.$ **296.** $xp^2 = p + C,$ $y = = 2 + 2Cp^{-1} - \ln p.$ **297.** а) $4y = x^4;$ б) $y = 0,$ $y = -4x;$ в) $y = 0,$ $27y = 4x^3;$ г) $y = 4x.$ **298.** $xy = \pm a^2.$ **299.** $x^2 + y^2 = 1.$ **300.** $x = p(p^2 + 2)/(\sqrt{p^2+1})^3,$ $y = p^2/(\sqrt{p^2+1})^3$ и $x = p/(\sqrt{p^2+1})^3,$ $y = (2p^2 + 1)/(\sqrt{p^2+1})^3.$ **301.** $y = x(Ce^{-x} - 1).$ **302.** $(Cx+1)y = Cx - 1;$ $y = 1.$ **303.** $y(x^2 - C) = x;$ $y = 0.$ **304.** $x(C-y) = C^2;$ $x = 4y.$ **305.** $y(x+C) = x+1;$ $y = 0.$ **306.** $x = Cy + y^3;$ $y = 0.$ **307.** $y = C;$ $y = C \pm e^x.$ **308.** $y \ln Cx = -x;$ $y = 0.$ **309.** $y^2 = C(x^2 - 1);$ $x = = \pm 1.$ **310.** $2y = 2C(x-1) + C^2;$ $2y = -(x-1)^2.$ **311.** $x = Cy + \ln^2 y.$ **312.** $y = Cx^2 e^{-3/x}.$ **313.** $(x-C)^2 + y^2 = C;$ $4(y^2 - x) = 1.$ **314.** $4x^2y = = (x+2C)^2;$ $y = 0.$ **315.** $x = Ce^y + y^2 + 2y + 2.$ **316.** $3y = 3C(x-2) + C^3;$

- $9y^2 = 4(2-x)^3$. **317.** $y^2 = C(xy-1)$; $xy = 1$. **318.** $4(x-C)^3 = 27(y-C)^2$; $y = x-1$. **319.** $x+y = \operatorname{tg}(y-C)$. **320.** $x^3y^2 + 7x = C$. **321.** $y(xy-1) = Cx$. **322.** $-e^{-y} = \ln C(x-2)$. **323.** $x = y^2(C-2\ln|y|)$; $y = 0$. **324.** $3xy = C \pm 4x^{3/2}$. **325.** $y^2(Ce^{x^2}+1) = 1$; $y = 0$. **326.** $y^2 = 2x \ln Cy$; $y = 0$. **327.** $\ln(x^2+y^2) + \operatorname{arctg}(y/x) = C$. **328.** $(x-1)^2y = x - \ln|x| + C$. **329.** $C^2x^2 + 2y^2 = 2C$; $2x^2y^2 = 1$. **330.** $y(C\sqrt{|x^2-1|}-2) = 1$; $y = 0$. **331.** $y^2(Ce^{2x}+x+0,5) = 1$; $y = 0$. **332.** $y^2-1 = C(x+1)^4e^{-4x}(y^2+1)$; $x = -1$. **333.** $y \sin x - \frac{x^3}{3} + \frac{y^2}{2} = C$. **334.** $x = 3p^2 + p^{-1}$, $y = 2p^3 - \ln|p| + C$. **335.** $3y^2 = 2 \sin x + C \sin^{-2}x$. **336.** $x(e^y + xy) = C$. **337.** $x(p-1)^2 = \ln Cp - p$, $y = xp^2 + p$; $y = 0$; $y = x+1$. **338.** $(x+1)y = x^2 + x \ln Cx$. **339.** $y^2 + \sqrt{x^4 + y^4} = C$. **340.** $px = C\sqrt{p}-1$, $y = \ln p - C\sqrt{p}+1$. **341.** $y = x \operatorname{tg} \ln Cx$; $x = 0$. **342.** $y^{2/3} = Ce^{2x} + (x/3) + (1/6)$; $y = 0$. **343.** $x = Ce^{\sin y} - 2(1+\sin y)$. **344.** $Cy = C^2e^x + 1$; $y = \pm 2e^{x/2}$. **345.** $y^2 = (x^2 + C)e^{2x}$. **346.** $y = Cx - \sqrt[3]{C^3 - 1}$; $y^3 = (x^{3/2} \pm 1)^2$. **347.** $x(y^2 - 1)^2 = y^3 - 3y + C$; $y = \pm 1$. **348.** $\sqrt{y-x} - \sqrt{x} = C$; $y = x$. **349.** $x\sqrt{y} = \sin x + C$; $y = 0$. **350.** $x = 4p^3 - \ln Cp$, $y = 3p^4 - p$; $y = 0$. **351.** $y^2 + 2x^2 \ln Cy = 0$; $y = 0$. **352.** $4x + y - 3 = 2 \operatorname{tg}(2x+C)$. **353.** $xy \cos x - y^2 = C$. **354.** $4Cx = C^2x^4 - 1$. **355.** $xy(\ln^2 x + C) = 1$. **356.** $2\sqrt{y-x^2} = x \ln Cx$; $y = x^2$. **357.** $(y^2/2) - (1/x) - xy = C$; $x = 0$. **358.** $x = Cy^2 - y^2(y+1)e^{-y}$; $y = 0$. **359.** $y(\ln y - \ln x - 1) = C$. **360.** $x = 2p - \ln p$, $y = p^2 - p + C$. **361.** $2x^3 - x^2y^2 + y^3 + x = C$. **362.** $(y-4x+2)^4(2y+2x-1) = C$. **363.** $y^3 = (C-x^3)\sin^3 x$. **364.** $p^2x = p \sin p + \cos p + C$, $py = p \sin p + 2 \cos p + 2C$; $y = 0$. **365.** $x^2y^2 - 1 = xy \ln Cy^2$; $y = 0$. **366.** $y = C \cos x + \sin x$. **367.** $|x| = \ln\left(\frac{y}{x} + \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}}\right) + C$; $x = 0$. **368.** $(y-x)^2 = 2C(x+y) - C^2$; $y^{2/3} - x^{2/3} = C$; $y = 0$. **369.** $27(y-2x)^2 = (C-2x)^3$; $y = 2x$. **370.** $\sin(y/x) = -\ln Cx$. **371.** $x^2 \left(\sqrt{1+x^4y^2} + x^2y \right) = C$. **372.** $3\sqrt{y} = x^2 - 1 + C\sqrt[4]{|x^2-1|}$; $y = 0$. **373.** $x = \frac{C}{p^2} - p - \frac{3}{2}$, $y = C\left(\frac{2}{p} - 1\right) - \frac{p^2}{2}$; $y = x+2$; $y = 0$. **374.** $(2x+3y-7)^3 = Ce^{x+2y}$. **375.** $(x^2 + y + \ln Cy)y = x$; $y = 0$. **376.** $x = 2\sqrt{p^2+1} - \ln(1 + \sqrt{p^2+1}) + \ln Cp$, $y = p\sqrt{p^2+1}$; $y = 0$. **377.** $y^2 = C \ln^2 x + 2 \ln x$. **378.** $x = Cue^u$, $4y = C^2e^{2u}(2u^2+2u+1)$; $x^2 = 2y$. **379.** $xy^2 \ln Cxy = 1$; $x = 0$; $y = 0$. **380.** $x^2 \sin^2 y = 2 \sin^3 y + C$. **381.** $1-xy = (Cx-1)^2$; $xy = 1$; $y = 0$. **382.** $xe^y = e^x + C$. **383.** $\sin(y-2x) - 2 \cos(y-2x) = Ce^{x+2y}$. **384.** $y = (2x+C)\sqrt{x^2+1} - x^2 - Cx - 2$. **385.** $(y+x^2)^2(2y-x^2) = C$. **386.** $(x-1)^2 = y^2(2x-2 \ln Cx)$; $y = 0$. **387.** $x = p[\ln(1 + \sqrt{p^2+1}) - \ln Cp]$, $2y = xp - \sqrt{p^2+1}$; $2y = -1$. **388.** $(y+3x+7)(y-x-1)^3 = C$. **389.** $\sin y = Ce^{-x} + x - 1$. **390.** $y = C^2(x-C)^2$

- 16y = x^4. **391.** $y^2 = x - (x+1)\ln C(x+1)$. **392.** $e^y = x^2 \ln Cx$.
393. $(y - 2x\sqrt{y-x^2})(2\sqrt{y-x^2} + x) = C$. **394.** $xy^2 = \ln x^2 - \ln Cy$; $x = 0$; $y = 0$. **395.** $x(y^2+x^2)^3 = \frac{2}{5}y^5 + \frac{4}{3}x^2y^3 + 2x^4y + Cx^5$; $x = 0$.
396. $(u-1)\ln Cx^6(u-1)^5(u+2)^4 = 3$, где $u^3 = (y^2/x^2) - 2$; $y^2 = 3x^2$.
397. $\sqrt{y} = (x^2 - 1)(2\ln|x^2 - 1| + C)$; $y = 0$. **398.** $x^2 - (x-1)\ln(y+1) - y = C$. **399.** $\operatorname{tg} y = x^2 + Cx$; $y = (2k+1)\pi/2$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
400. $y^2 = Cx^2 + C^2$. **401.** $x^3 = Ce^y - y - 2$. **402.** $y+1 = x \ln C(y+1)$; $y = -1$. **403.** $y^2 = 2C^2(x-C)$; $8x^3 = 27y^2$. **404.** $x^6 = y^3(C-y \ln y+y)$; $y = 0$. **405.** $\ln C(u-v)^3(u^2 + uv + \frac{v^2}{3})^2 = 2 \arctg(1+2u/v)$, где $u^3 = y$, $v^2 = x$; $y^2 = x^3$. **406.** $(y-1)^2 = x^2 + Cx$. **407.** $(x^2 + y^2)(Cx+1) = x$.
408. $3x + y^3 - 1 = \operatorname{tg}(3x+C)$. **409.** $(C-x^2)\sqrt{y^2+1} = 2x$. **410.** $(x^2 + y^2 + 1)^2 = 4x^2 + C$. **411.** $xy - x = y(y-x) \ln|Cy/(y-x)|$; $x = 0$; $y = 0$; $y = x$. **412.** $y = \pm x \operatorname{ch}(x+C)$; $y = \pm x$. **413.** $\sqrt{y^2+1} = x(Ce^x - 1)$.
414. $(y-x) \ln C \frac{x-1}{x+1} = 2$; $y = x$. **415.** $(Ce^{x^2} + 2x^2 + 2) \cos y = 1$.
416. $(y^2 - Cx^2 + 1)^2 = 4(1-C)y^2$; $y = \pm x$. **417.** $y^2 + xy - 1 = Ce^{x^2/2}$.
418. $6x^3y^4 + 2x^3y^3 + 3x^2y^4 = C$. **419.** $x + \frac{1}{x} + y^2 - 2y + 2 = Ce^{-y}$; $x = 0$.
420. $e^y(C^2x^2 + 1) = 2C$; $x^2 = e^{-2y}$. **421.** $C_1x - C_1^2y = \ln|C_1x+1| + C_2$; $2y = x^2 + C$; $y = C$. **422.** $9C_1^2(y - C_2)^2 = 4(C_1x + 1)^3$; $y = \pm x + C$.
423. $C_1y^2 - 1 = (C_1x + C_2)^2$. **424.** $y^3 = C_1(x + C_2)^2$; $y = C$. **425.** $y = C_1 \operatorname{tg}(C_1x + C_2)$; $\ln \left| \frac{y - C_1}{y + C_1} \right| = 2C_1x + C_2$; $y = (C - x) = 1$; $y = C$.
426. $C_1y = \sin(C_1x + C_2)$; $C_1y = \pm \operatorname{sh}(C_1x + C_2)$; $y = C \pm x$. **427.** $y = C_1(x - e^{-x}) + C_2$. **428.** $y = C_3 - (x + C_1) \ln C_2(x + C_1)$; $y = C_1x + C_2$.
429. $y + C_1 \ln|y| = x + C_2$; $y = C$. **430.** $2y = C_1 \cos 2x + (1 + 2C_1)x^2 + C_2x + C_3$. **431.** $y = C_1[1 \pm \operatorname{ch}(x + C_2)]$; $y = Ce^{\pm x}$. **432.** $x = C_1p + 3p^2$, $y = \frac{12}{5}p^5 + \frac{5}{4}C_1p^4 + C_1^2\frac{p^3}{6} + C_2$; $y = C$. **433.** $y = C_1\frac{x^2}{2} - C_1^2x + C_2$; $y = (x^3/12) + C$. **434.** $e^y + C_1 = (x + C_2)^2$. **435.** $y = C_1(x + 2)e^{-x} + C_2x + C_3$. **436.** $y = \pm \operatorname{ch}(x + C_1) + C_2$. **437.** $e^y \sin^2(C_1x + C_2) = 2C_1^2$; $e^y \operatorname{sh}^2(C_1x + C_2) = 2C_1^2$; $e^y(x + C)^2 = 2$. **438.** $y = C_1\frac{x^3}{6} - C_1^3\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$; $y = \frac{\pm 8}{315}x^3\sqrt{3x} + C_1x + C_2$. **439.** $3C_1y = (x - C_1)^3 + C_2$; $y = C$; $y = C - 2x^2$. **440.** $\ln|y^2 + C_1 \pm \sqrt{y^4 + 2C_1y^2 + 1}| = 2x + C_2$; $y = \pm 1$.
441. $x = 3C_1p^2 + \ln C_2p$, $y = 2C_1p^3 + p$; $y = C$. **442.** $x = C_1e^p - 2p - 2$, $y = C_1(p-1)e^p - p^2 + C_2$. **443.** $12(C_1y - x) = C_1^2(x + C_2)^3 + C_3$.
444. $y = x^2 + C_1 + C_2(x\sqrt{x^2 - 1} - \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|)$; $y = x^2 + C_1 + C_2(x\sqrt{1 - x^2} + \arcsin x)$. **445.** $\ln y = C_1 \operatorname{tg}(C_1x + C_2)$; $\ln|(\ln y - C_1)/(\ln y + C_1)| = 2C_1x + C_2$; $(C - x) \ln y = 1$; $y = C$. **446.** $x = u - \ln|1+u| + C_2$, где $u = \pm\sqrt{1+4C_1y}$; $y = C$; $y = Ce^{-x}$. **447.** $C_1^2y = (C_1^2x^2 + 1) \operatorname{arctg} C_1x - C_1x + C_2$; $2y = k\pi x^2 + C$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
448. $x = \ln|p| + 2C_1p - C_2$, $y = p + C_1p^2 + C_3$; $y = C_1x + C_2$. **449.** $C_1^2y + 1 = \pm \operatorname{ch}(C_1x + C_2)$; $C_1^2y - 1 = \sin(C_1x + C_2)$; $2y = (x + C)^2$;

- $y = 0.$ **450.** $y = C_2 - \ln \left| \cos \left(\frac{x^2}{2} + C_1 \right) \right|.$ **451.** $6y = x^3 \ln|x| + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4.$ **452.** $y = x \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt + \cos x + C_1 x + C_2.$ **453.** $y = C_1 \left[x \int_0^x e^{t^2} dt - \frac{1}{2} (e^{x^2} - 1) \right] + C_2 x + C_3.$ **454.** $y = \frac{x^2}{2} \int_1^x \frac{e^t}{t} dt - \frac{x+1}{2} e^x + C_1 x^2 \ln|x| + C_2 x^2 + C_3 x + C_4.$ **455.** $C_2 y^2 - C_1 = C_2^2 (x + C_3)^2;$ $y = C.$ **456.** $C_1 y = \ln |C_1 x + C_2| + C_3;$ $y = C_1 x + C_2.$ **457.** $C_1 y - 1 = C_2 e^{C_1 x};$ $y = C - x;$ $y = 0.$ **458.** $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3;$ $y = \pm \sqrt{C_1 x + C_2} + C_3 x + C_4.$ **459.** $y^2 = x^2 + C_1 x + C_2.$ **460.** $y = e^{x^2/2} \left(C_1 \int e^{-x^2/2} dx + C_2 \right) - 1.$ **461.** $y = C_1 \operatorname{tg}(C_1 \ln C_2 x);$ $y - C_1 = C_2 (y + C_1) |x|^{2C_1};$ $y \ln Cx = -1.$ **462.** $2 \ln \left| \frac{y - C_1}{y + C_1} \right| = C_1 x^2 + C_2;$ $y = 4C_1 \operatorname{tg}(C_1 x^2 + C_2);$ $y(C - x^2) = 4;$ $y = C.$ **463.** $y = C_2 e^{C_1 x^2}.$ **464.** $C_1 x + 4x^{5/2} = \ln C_2 y;$ $y = 0.$ **465.** $y = C_2 (x + \sqrt{x^2 + 1})^{C_1}.$ **466.** $y^2 = C_1 x^3 + C_2.$ **467.** $y = C_2 x e^{-C_1/x}.$ **468.** $y = C_2 |x|^{C_1 - (1/2) \ln|x|}.$ **469.** $y = C_2 \left| \frac{x}{x + C_1} \right|^{1/C_1};$ $y = C;$ $y = C e^{-1/x}.$ **470.** $|y|^{C_1^2 + 1} = C_2 \left(x - \frac{1}{C_1} \right) |x + C_1|^{C_1^2};$ $y = C.$ **471.** $y = C_2 x (\ln C_1 x)^2;$ $y = Cx.$ **472.** $\ln|y| = \ln|x^2 - 2x + C_1| + \int \frac{2 dx}{(x-1)^2 + C_1 - 1} + C_2;$ $y = C.$ **473.** $4C_1 y^2 = 4x + x(C_1 \ln C_2 x)^2.$ **474.** $y = -x \ln(C_2 \ln C_1 x);$ $y = Cx.$ **475.** $\frac{y}{x} = C_2 - 3 \ln \left| \frac{1}{x} - C_1 \right|;$ $y = Cx.$ **476.** $x^2 y = C_1 \operatorname{tg}(C_1 \ln C_2 x),$ $C_2 (x^2 y + C_1) |x|^{2C_1} = x^2 y - C_1;$ $x^2 y \ln Cx = -1.$ **477.** $4(C_1 y - 1) = C_1^2 \ln^2 C_2 x.$ **478.** $Cy = x^{3/2} (C_2 x^C + 2);$ $y = Cx^{3/2};$ $y = -2x^{3/2} \ln Cx.$ **479.** $2C_2 x^2 y = (C_2 x - C_1)^2 - 1;$ $xy = \pm 1.$ **480.** $2C_1 C_2 y = C_2^2 |x|^{2+C_1} + |x|^{2-C_1}.$ **501.** $(3-x)y^5 = 8(x+2).$ **502.** $y(x+2) = -x-6.$ **503.** $(1-\ln x)^2 y = x^2.$ **504.** $y = 3 \operatorname{th}^2 \frac{x\sqrt{3}}{2} - 2.$ **505.** $\ln \operatorname{tg} \left(\frac{y}{2} + \frac{\pi}{6} \right) = 2x + 2.$ **506.** a) $4(C_1 y - 1) = C_1^2 (x + C_2)^2;$ b) $y \sqrt{(C_1/y) - 1} + C_1 \arccos \sqrt{y/C_1} = C_2 \pm x.$ **507.** $y = C_2 - k \ln \cos \left(\frac{x}{k} + C_1 \right).$ **508.** $y = \frac{p}{2T} x^2 + C_1 x + C_2;$ p — нагрузка на единицу длины горизонтальной проекции, T — горизонтальная составляющая силы натяжения нити. **509.** $ay = \operatorname{ch}(ax + C_1) + C_2;$ $a = q/T,$ q — вес единицы длины нити, T — см. ответ к задаче 508. **511.** $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}.$ **512.** $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}.$ **513.** $y = C_1 + C_2 e^{2x}.$ **514.** $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x/2}.$ **515.** $y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x).$ **516.** $y = e^{-x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x).$ **517.** $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x.$ **518.** $y = C_1 e^{2x} + e^{-x} (C_2 \cos x \sqrt{3} + C_3 \sin x \sqrt{3}).$ **519.** $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \cos x + C_4 \sin x.$ **520.** $y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + e^{-x} (C_3 \cos x + C_4 \sin x).$ **521.** $y = e^{x\sqrt{3}} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x + e^{-x\sqrt{3}} (C_5 \cos x + C_6 \sin x).$ **522.** $y = e^x (C_1 + C_2 x).$ **523.** $y = e^{-x/2} (C_1 + C_2 x).$ **524.** $y = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + e^{3x} (C_4 + C_5 x).$ **525.** $y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{-x} + C_4 e^{3x} + C_5 e^{-3x}.$ **526.** $y = (C_1 +$

- $+ C_2x) \cos x + (C_3 + C_4x) \sin x.$ **527.** $y = e^x(C_1 + C_2x + C_3x^2).$
- 528.** $y = e^x(C_1 + C_2x) + C_3e^{-x}.$ **529.** $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + C_3e^{2x} + C_4e^{-2x}.$ **530.** $y = C_1 + (C_2 + C_3x) \cos 2x + (C_4 + C_5x) \sin 2x.$
- 531.** $y = e^x(C_1 + C_2x) + C_3e^{-2x}.$ **532.** $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 \cos x \sqrt{3} + C_4 \sin x \sqrt{3}.$ **533.** $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} + (1/5)e^{4x}.$ **534.** $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + (2x - 2)e^x.$ **535.** $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + xe^x + x^2 + 2.$ **536.** $y = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3}\right)e^x + C_1e^{-2x} + C_2e^x.$ **537.** $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + 0,1 \sin x + 0,3 \cos x.$ **538.** $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - 2x \cos x.$
- 539.** $y = C_1e^x + C_2e^{4x} - (2x^2 - 2x + 3)e^{2x}.$ **540.** $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + (0,1x - 0,12) \cos x - (0,3x + 0,34) \sin x.$ **541.** $y = C_1e^x + C_2e^{-4x} - \frac{x}{5}e^{-4x} - \left(\frac{x}{6} + \frac{1}{36}\right)e^{-x}.$ **542.** $y = \left(\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{16} + \frac{x}{32}\right)e^x + C_1e^x + C_2e^{-3x}.$
- 543.** $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + 0,25e^{2x} + 0,1 \cos 2x + 0,05 \sin 2x.$ **544.** $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x} + e^{3x}(\frac{6}{37} \sin x - \frac{1}{37} \cos x).$ **545.** $y = (C_1 + C_2x + x^3)e^x.$ **546.** $y = \left(C_1 - \frac{x^2}{4}\right) \cos x + (C_2 + \frac{x}{4}) \sin x.$ **547.** $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x} + \left(\frac{x}{16} - \frac{1}{32}\right)e^{2x}.$ **548.** $y = C_1 + C_2e^{5x} - 0,2x^3 - 0,12x^2 - 0,048x + 0,02(\cos 5x - \sin 5x).$ **575.** $y = e^x(x \ln|x| + C_1x + C_2).$ **576.** $y = (e^{-x} + e^{-2x}) \ln(e^x + 1) + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}.$ **577.** $y = (C_1 + \ln|\sin x|) \sin x + (C_2 - x) \cos x.$ **578.** $y = \sin 2x \ln|\cos x| - x \cos 2x + C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x.$ **579.** $y = e^{-x}\left(\frac{4}{5}(x+1)^{5/2} + C_1 + C_2x\right).$ **580.** $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{\cos 2x}{\cos x}.$ **581.** $y = -\frac{1}{x} + C_1e^x + C_2e^{-x}.$ **582.** $y = (7 - 3x)e^{x-2}.$ **583.** $y = 2 \cos x - 5 \sin x + 2e^x.$ **584.** $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1.$ **585.** $y = e^{-x}(x - \sin x).$ **586.** $y = 2 + e^{-x}.$ **587.** $y = (x - 1)(e^{2x} - e^{-x}).$ **588.** $y = x - x \sin x - 2 \cos x.$ **589.** $y = C_1x^2 + C_2x^3.$ **590.** $y = C_1x^3 + C_2x^{-1}.$ **591.** $y = x(C_1 + C_2 \ln|x| + C_3 \ln^2|x|).$ **592.** $y = C_1 + C_2 \ln|x| + C_3x^3.$ **593.** $y = x(C_1 + C_2 \ln|x|) + 2x^3.$ **594.** $y = C_1 \cos(2 \ln|x|) + C_2 \sin(2 \ln|x|) + 2x.$ **595.** $y = C_1x^2 + \frac{1}{x}(C_2 - \frac{2}{3} \ln x - \ln^2 x).$ **596.** $y = x^2(C_1 \cos \ln|x| + C_2 \sin \ln|x| + 3).$ **597.** $y = C_1x^3 + C_2x^{-2} + x^3 \ln|x| - 2x^2.$ **598.** $y = C_1x^2 + C_2x^{-1} + 0,1 \cos \ln x - 0,3 \sin \ln x.$ **599.** $y = (x - 2)^2(C_1 + C_2 \ln|x - 2|) + x - 1,5.$ **600.** $y = C_1(x + \frac{3}{2}) + C_2|x + \frac{3}{2}|^{3/2} + C_3|x + \frac{3}{2}|^{1/2}.$ **601.** $y = \left(C_1 + C_2x + \frac{x^2}{4}\right)e^{-x} + \frac{1}{8}e^x.$ **602.** $y = \frac{1-x}{16}e^{3x} - \frac{1+x}{16}e^{-x} + \left(\frac{x^3}{12} + C_1x + C_2\right)e^x.$ **603.** $y = C_1e^{(-1+i)x} + [C_2 + (i-1)x] \times x e^{(1-i)x} - e^{(1+i)x}.$ **604.** $y = (2x^2 + C_1x + C_2)e^{-ix} - e^{ix}.$ **605.** $y = C_1e^{(\sqrt{3}+i)x} + C_2e^{(i-\sqrt{3})x} + \left(C_3 - \frac{x}{24}\right)e^{-2ix} + \frac{i}{32}e^{2ix}.$ **606.** $y = \frac{C_1}{x} + [C_2 - \frac{1}{3} \ln(-x) + \frac{1}{2} \ln^2(-x)]x^2.$ **607.** $y = (C_1 + C_2x + x \ln|x|)e^{-x} + \frac{x-1}{4}e^x.$ **608.** $y = \left[\frac{1}{8} + (C_1 - \frac{x}{2}) \cos 2x + (C_2 + \frac{x}{8} + \frac{1}{2} \ln|\cos x|)\right] \times \sin 2x e^{-x}.$ **609.** $y = x^2 \ln \frac{C_1x}{x+1} - \frac{x}{2} + 1 - \frac{1}{x} \ln C_2(x+1).$ **610.** $y = x[C_1 + (C_2 + \ln|\ln x|) \ln x] + \frac{1+\ln x}{4x}.$ **611.** $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x +$

- $\int_0^x \sin(x-s)f(s) ds$. **612.** $\int_0^x f(s) \cos s ds$ и $\int_0^x f(s) \sin s ds$ ограничены при $x \rightarrow +\infty$. **613.** $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$. **614.** $y'' - 4y' + 5y = 0$. **615.** $y^{IV} + 2y'' + y = 0$. **616.** $y^{IV} - 4y''' + 14y'' - 20y' + 25y = 0$. **617.** $y''' - y'' - y' + y = 0$. **618.** $y^{IV} + y'' = 0$. **619.** $a = 0$, $b > 0$. **620.** $a > 0$, $b > 0$. **621.** $b < 0$ или $b \geq 0$, $a > 0$. **622.** $b > 0$, $a \leq -2\sqrt{b}$. **623.** $a^2 < 4b$. **624.** $a > 2$, $b > a - 1$. **625.** $a = 2\sqrt{b}$. **626.** $\omega \neq \pm k$; $\omega = k = 0$. **627.** $x = \frac{(b-\omega^2)\sin \omega t - \omega \cos \omega t}{(b-\omega^2)^2 + a^2\omega^2}$; амплитуда $A = \frac{1}{\sqrt{(b-\omega^2)^2 + a^2\omega^2}}$; $\max A$ достигается при $\omega^2 = b - \frac{a^2}{2}$. **628.** $x = \frac{e^{i\omega t}}{4-\omega^2+i\omega}$. **629.** $x(t) = \int_{-\infty}^t \frac{e^{\lambda_1(t-s)} - e^{\lambda_2(t-s)}}{\lambda_1 - \lambda_2} f(s) ds = \int_0^\infty \frac{e^{\lambda_1 z} - e^{\lambda_2 z}}{\lambda_1 - \lambda_2} f(t-z) dz$; $|x(t)| \leq \frac{m}{b}$.
- 630.** $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. **631.** В случае $h^2 > 4km$ $x = \frac{v_0}{2\gamma}(e^{(-\alpha+\gamma)t} - e^{(-\alpha-\gamma)t})$, $\alpha = \frac{h}{2m}$, $\gamma = \frac{\sqrt{h^2 - 4km}}{2m}$. В случае $h^2 < 4km$ $x = \frac{v_0}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t$, $\alpha = \frac{h}{2m}$, $\beta = \frac{\sqrt{4km - h^2}}{2m}$. **632.** $x(t) = \frac{b(k-m\omega^2)\sin \omega t - bh\omega \cos \omega t}{(k-m\omega^2)^2 + h^2\omega^2}$. **633.** $A = \frac{kB}{k-m\omega^2}$. **634.** $x = 4 - 2 \cos t$. **635.** $I = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$. **636.** $I = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$. **637.** $I = \frac{q}{RC} e^{-t/RC}$. **638.** $I = \frac{q}{\omega CL} e^{-Rt/2L} \sin \omega t$, $CR^2 < 4L$, $\omega = \frac{\sqrt{4CL - R^2C^2}}{2LC}$. **639.** $I = A \sin(\omega t - \varphi)$, $A = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$, $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$.
- 640.** $I = A \sin(\omega t - \varphi)$, $A = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$, $\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$; $\max A = \frac{V}{R}$ при $\omega^2 = \frac{1}{LC}$. **641.** Нет. **642.** Да. **643.** Нет. **644.** Нет. **645.** Да. **646.** Нет. **647.** Да. **648.** Нет. **649.** Нет. **650.** Да. **651.** Нет. **652.** Да. **653.** Да. **654.** Да. **655.** Нет. **656.** Нет. **657.** Да. **658.** Нет. **659.** Да. **660.** Нет. **661.** Да. **662.** Нет. **663.** а) Нет. б) Нет. **664.** Линейно независимы. **665.** Могут быть линейно зависимы или независимы. **666.** а) $W \equiv 0$; б) ничего нельзя сказать. **667.** Линейно независимы. Уравнение не удовлетворяет условиям теоремы. **669.** Два. **670.** а) $-1 < x < \infty$. б) $\frac{3}{2}\pi < x < \frac{5}{2}\pi$. **671.** а) Могут при $n \geq 2$. б) Могут при $n \geq 3$. **672.** $n \geq 4$. **673.** $n \geq 2$. **674.** $y'' - y' \operatorname{ctg} x = 0$. **675.** $(x-1)y'' - xy' + y = 0$. **676.** $y''' - y'' = 0$. **677.** $(2x^2 + 6x - 9)y'' - (4x+6)y' + 4y = 0$. **678.** $y'' - y = 0$. **679.** $(x^2 - 2x + 2)y''' - x^2y'' + 2xy' - 2y = 0$. **680.** $x^2y'' - 3xy' + 3y = 0$. **681.** $y = C_1x + C_2 e^{-2x}$. **682.** $y = C_1 \left(1 + \frac{1}{x}\right) + C_2 \left(\frac{x}{2} + 1 - \frac{x+1}{x} \ln|x+1|\right)$. **683.** $y = e^x(C_1x^2 + C_2)$. **684.** $xy = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$. **685.** $y = C_1 \operatorname{tg} x + C_2(1 + x \operatorname{tg} x)$. **686.** $y = C_1(1 + x \ln|x|) + C_2 x$. **687.** $y = C_1(e^x - 1) + \frac{C_2}{e^x + 1}$. **688.** $y = C_1x + C_2(\ln x + 1)$. **689.** $y = C_1 \sin x + C_2 \left(2 - \sin x \times \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)$. **690.** $y = C_1(x-3) + \frac{C_2}{x+1}$. **691.** $y = C_1 e^{2x} + C_2(3x+1)e^{-x}$. **692.** $y = (C_1 + C_2 x)e^{-x^2}$. **693.** $y = C_1(2x+1) + C_2 e^{2x}$. **694.** $y = C_1(x+$

- $+ 1) + C_2x^{-1}$. **695.** $y = C_1(x+2) + C_2x^2$. **696.** $y = C_1(x^2+2) + C_2x^3$. **697.** $y = C_1(x^2+1) + C_2[x+(x^2+1)\arctg x]$. **698.** $y = C_1\sqrt{|x|} + C_2(x-2)$. **699.** $y = C_1x + C_2e^x + C_3e^{-x}$. **700.** $y = C_1x + C_2x^{-1} + C_3(x \ln|x|+1)$. **701.** $y = C_1x + C_2e^x + C_3(x^2-1)$. **702.** $y = C_1(x+2) + \frac{C_2}{x} + \left(\frac{x}{2}+1\right)\ln|x| + \frac{3}{2}$. **703.** $y = C_1(2x-1) + C_2e^{-x} + \frac{x^2+1}{2}$. **704.** $y = \frac{C_1}{x+1} + \frac{C_2}{x-1} + x$. **705.** $y = C_1(x^2+1) + C_2x^{-1} + 2x$. **706.** $z''+z=0$. **707.** $z''-z=0$. **708.** $z''=0$. **709.** $x^2z''-2z=0$. **710.** $4x^2z''+(4x^2+1)z=0$. **711.** $y''_{tt}-y=0$. **712.** $y''_{tt}+y=0$. **713.** $(t^2-1)y''_{tt}-2y=0$. **714.** $y''_{tt}+t^2y=0$. **715.** $8y''_{tt}+t^2y=0$. **716.** $y=1+C_1(x-1)+C_2(x^2-1)$. **717.** $\int p(x)dx \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$. **719.** На прямых $y=0$ и $x=x_i$, где $q(x_i)=0$. **720.** а) Нет. б) Да. в) Нет. г) Нет. **726.** π/\sqrt{m} ; $[(b-a)\sqrt{m}/\pi]$ нулей или на один больше (квадратные скобки означают целую часть числа). **727.** $0,33 < d < 0,5$. **728.** $15,7 < d < 32$. **729.** $0,49 < d < 1$. **730.** $0,15 < d < 1,2$. **737.** $u''_{tt} + (\pm 1 + \psi^3 \psi''_{xx})u = 0$, $t = \int \frac{dx}{(\psi(x))^2}$, $y = \psi u$.

В тех из ответов **738—750**, где решение y_2 не указано, оно получается из y_1 заменой cos на sin.

- 738.** $y_1 = \frac{1}{x} \cos \frac{x^3}{3} + O(1/x^4)$. **739.** $y_{1,2} = x^{-1/2} e^{\pm x^2/2}(1 + O(x^{-2}))$. **740.** $y_1 = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \frac{x^2}{2} + O(x^{-5/2})$. **741.** $y_1 = e^{-x/2} \cos e^x + O(e^{-3x/2})$. **742.** $y_{1,2} = x^{1/4} e^{\pm 2\sqrt{x}}(1 + O(x^{-1/2}))$. **743.** $y_{1,2} = x^{-1/4} e^{\pm \frac{2}{3}x^{3/2}}(1 + O(x^{-3/2}))$. **744.** $y_1 = x^{-3/4} \cos 2\sqrt{x} + O(x^{-5/4})$. **745.** $y_1 = e^{(x-1)^2/2} \left[(2x)^{-1/4} \cos \frac{(2x)^{3/2}}{3} + O(x^{-7/4}) \right]$. **746.** $y_1 = \frac{1}{x} \cos \frac{x^3}{3} + O\left(\frac{1}{x^2}\right)$. **747.** $y_{1,2} = x^{(1 \pm \sqrt{5})/2}(1 + O(x^{-2}))$. **748.** $y_1 = \sqrt{\frac{x}{\ln x}} [\cos(\frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{8} \ln \ln x) + O(\ln^{-2} x)]$. **749.** $y_{1,2} = [1 \pm \frac{3}{32x^2} + \frac{105}{2048x^4} + O(x^{-6})] \cdot \frac{e^{\pm x^2}}{\sqrt{2x}}$. **750.** $y_1 = x^{1/4} \left(1 + \frac{3}{64x}\right) \cos \left(2\sqrt{x} + \frac{3}{16\sqrt{x}}\right) + O(x^{-5/4})$. **751.** $y = (\operatorname{sh} x / \operatorname{sh} 1) - 2x$. **752.** $y = x + e^{-x} - e^{-1}$. **753.** $y = e^x - 2$. **754.** $y = 1 - \sin x - \cos x$. **755.** Решений нет. **756.** $y = 2x - \pi + \pi \cos x + C \sin x$, C — произвольное. **757.** $y = -2e^{-x}$. **758.** $y = e^{-x} - 1$. **759.** $y = -e^{(-1-i)x}$. **760.** $y = 2x^3$. **761.** $y = 3x^2$. **762.** $y = -x^{-3}$. **763.** $a = (2n-1)^2 \pi^2$, $n = 1, 2, 3, \dots$ **764.** $G = (s-1)x$ ($0 \leq x \leq s$), $G = s(x-1)$ ($s \leq x \leq 1$). **765.** $G = \sin s \cos x$ ($0 \leq x \leq s$), $G = \cos s \sin x$ ($s \leq x \leq \pi$). **766.** $G = e^s (e^{-x} - 1)$ ($0 \leq x \leq s$), $G = 1 - e^s$ ($s \leq x \leq 1$). **767.** $G = -e^{-s} \operatorname{ch} x$ ($0 \leq x \leq s$), $G = -e^{-x} \operatorname{ch} s$ ($s \leq x \leq 2$). **768.** $G = \frac{1}{2} \sin |x-s|$. **769.** $G = \frac{1}{x} - 1$ ($1 \leq x \leq s$), $G = \frac{1}{s} - 1$ ($s \leq x \leq 3$). **770.** $G = \frac{s^2-4}{2s^2}$ ($1 \leq x \leq s$), $G = \frac{x^2-4}{2s^2}$ ($s \leq x \leq 2$). **771.** $G = \frac{1-x^3}{3s^3x}$ ($1 \leq x \leq s$), $G = \frac{1-s^3}{3s^3x}$ ($s \leq x \leq 2$). **772.** $G = -x$ ($0 \leq x \leq s$), $G = -s$ ($s \leq x < \infty$). **773.** $G = -1$ ($0 \leq x \leq s$), $G = -e^{s-x}$ ($s \leq x < \infty$). **774.** $G = -\ln x$ ($1 \leq x \leq s$), $G = -\ln s$

- ($s \leq x < \infty$). **775.** $G = \frac{1}{2}e^s(e^{-3x} - e^{-x})$ ($0 \leq x \leq s$), $G = \frac{1}{2}e^{-3x}(e^s - e^{3s})$ ($s \leq x < \infty$). **776.** $G = (1 - x^2)/2s^2x$ ($1 \leq x \leq s$), $G = (1 - s^2)/2s^2x$ ($s \leq x < \infty$). **777.** $G = x(s^3 - 1)/3s^2$ ($0 \leq x \leq s$), $G = s(x^3 - 1)/3x^2$ ($s \leq x \leq 1$). **778.** $G = -(1/2)e^{-|x-s|}$. **779.** $G = -x^2/3s^3$ ($0 \leq x \leq s$), $G = -1/3x$ ($s \leq x < \infty$). **780.** $a \neq k^2\pi^2$, $k = 1, 2, 3, \dots$ **781.** $-\frac{m}{2} \leq y \leq 0$, $-\frac{m}{3x} \leq y' \leq \frac{m}{3x}$. **782.** $\lambda_k = -k^2\pi^2/l^2$, $y_k = \sin(k\pi x/l)$, $k = 1, 2, 3, \dots$ **783.** $\lambda_k = -k^2\pi^2/l^2$, $y_k = \cos(k\pi x/l)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ **784.** $\lambda_k = -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{l^2}$, $y_k = \sin\left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi x}{l}$, $k = 1, 2, 3, \dots$ **785.** $\lambda_k = -\left(\frac{k\pi}{\ln a}\right)^2 - \frac{1}{4}$, $y_k = \sqrt{x} \sin \frac{k\pi \ln x}{\ln a}$, $k = 1, 2, 3, \dots$ **786.** $x = C_1e^t + C_2e^{3t}$, $y = -C_1e^t + 3C_2e^{5t}$. **787.** $x = C_1e^{-t} + C_2e^{3t}$, $y = 2C_1e^{-t} - 2C_2e^{3t}$. **788.** $x = 2C_1e^{3t} - 4C_2e^{-3t}$, $y = C_1e^{3t} + C_2e^{-3t}$. **789.** $x = e^{2t}(C_1 \cos t + C_2 \sin t)$, $y = e^{2t}[(C_1 + C_2) \cos t + (C_2 - C_1) \sin t]$. **790.** $x = e^t(C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t)$, $y = e^t(C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t)$. **791.** $x = (2C_2 - C_1) \cos 2t - (2C_1 + C_2) \sin 2t$, $y = C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t$. **792.** $x = (C_1 + C_2t)e^{3t}$, $y = (C_1 + C_2 + C_2t)e^{3t}$. **793.** $x = (C_1 + C_2t)e^t$, $y = (2C_1 - C_2 + 2C_2t)e^t$. **794.** $x = (C_1 + 2C_2t)e^{-t}$, $y = (C_1 + C_2 + 2C_2t)e^{-t}$. **795.** $x = (C_1 + 3C_2t)e^{2t}$, $y = (C_2 - C_1 - 3C_2t)e^{2t}$. **796.** $x = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{-t}$, $y = C_1e^t - 3C_3e^{-t}$, $z = C_1e^t + C_2e^{2t} - 5C_3e^{-t}$. **797.** $x = C_1 + 3C_2e^{2t}$, $y = -2C_2e^{2t} + C_3e^{-t}$, $z = C_1 + C_2e^{2t} - 2C_3e^{-t}$. **798.** $x = C_2e^{2t} + C_3e^{3t}$, $y = C_1e^t + C_2e^{2t}$, $z = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{3t}$. **799.** $x = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{5t}$, $y = C_1e^t - 2C_2e^{2t} + C_3e^{5t}$, $z = -C_1e^t - 3C_2e^{2t} + 3C_3e^{5t}$. **800.** $x = C_1e^t + C_3e^{-t}$, $y = C_1e^t + C_2e^{2t}$, $z = 2C_2e^{2t} - C_3e^{-t}$. **801.** $x = e^t(2C_2 \sin 2t + 2C_3 \cos 2t)$, $y = e^t(C_1 - C_2 \cos 2t + C_3 \sin 2t)$, $z = e^t(-C_1 - 3C_2 \cos 2t + 3C_3 \sin 2t)$. **802.** $x = C_1e^{2t} + e^{3t}(C_2 \cos t + C_3 \sin t)$, $y = e^{3t}[(C_2 + C_3) \cos t + (C_3 - C_2) \sin t]$, $z = C_1e^{2t} + e^{3t}[(2C_2 - C_3) \cos t + (2C_3 + C_2) \sin t]$. **803.** $x = C_2 \cos t + (C_2 + 2C_3) \sin t$, $y = 2C_1e^t + C_2 \cos t + (C_2 + 2C_3) \sin t$, $z = C_1e^t + C_3 \cos t - (C_2 + C_3) \sin t$. **804.** $x = C_1e^{2t} + (C_2 + C_3)e^{3t}$, $y = C_1e^{2t} + C_2e^{3t}$, $z = C_1e^{2t} + C_3e^{3t}$. **805.** $x = C_1 + C_2e^t$, $y = 3C_1 + C_3e^t$, $z = -C_1 + (C_2 - C_3)e^t$. **806.** $x = C_1e^{3t} + C_2e^{-t}$, $y = -C_1e^{3t} + (C_2 + 2C_3)e^{-t}$, $z = -3C_1e^{3t} + C_3e^{-t}$. **807.** $x = C_1e^{2t} + C_3e^{-5t}$, $y = C_2e^{2t} + 3C_3e^{-5t}$, $z = (C_1 - 2C_2)e^{2t} + 2C_3e^{-5t}$. **808.** $x = (C_1 + C_2t)e^t + C_3e^{2t}$, $y = (C_1 - 2C_2 + C_2t)e^t$, $z = (C_1 - C_2 + C_2t)e^t + C_3e^{2t}$. **809.** $x = (C_2 + C_3t)e^{-t}$, $y = 2C_1e^t - (2C_2 + C_3 + 2C_3t)e^{-t}$, $z = C_1e^t - (C_2 + C_3 + C_3t)e^{-t}$. **810.** $x = C_1 + C_2t + 4C_3e^{3t}$, $y = C_2 - 2C_1 - 2C_2t + 4C_3e^{3t}$, $z = C_1 - C_2 + C_2t + C_3e^{3t}$. **811.** $x = (C_1 + C_3t)e^t$, $y = (C_2 + 2C_3t)e^t$, $z = (C_1 - C_2 - C_3 - C_3t)e^t$. **812.** $x = (C_1 + C_2t + C_3t^2)e^{2t}$, $y = [2C_1 - C_2 + (2C_2 - 2C_3)t + 2C_3t^2]e^{2t}$, $z = [C_1 - C_2 + 2C_3 + (C_2 - 2C_3)t + C_3t^2]e^{2t}$. **813.** $x = 3C_1e^t + 3C_2e^{-t} + C_3 \cos t + C_4 \sin t$, $y = C_1e^t + C_2e^{-t} + C_3 \cos t + C_4 \sin t$. **814.** $x = -2e^t(C_1 + C_2 + C_2t) - 2e^{-t}(C_3 - C_4 + C_4t)$, $y = e^t(C_1 + C_2t) +$

- $+e^{-t}(C_3+C_4t)$. **815.** $x = e^t(C_1 \cos t + C_2 \sin t) + e^{-t}(C_3 \cos t + C_4 \sin t)$,
 $y = e^t(C_1 \sin t - C_2 \cos t) + e^{-t}(C_4 \cos t - C_3 \sin t)$. **816.** $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 e^{2t} + C_5 e^{-2t}$, $y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_4 e^{2t} + C_6 e^{-2t}$, $z = C_1 e^t + C_2 e^{-t} - (C_3 + C_4)e^{2t} - (C_5 + C_6)e^{-2t}$. **817.** $x = 3C_1 e^t + C_2 e^{-t}$,
 $y = C_1 e^t + C_2 e^{-t}$. **818.** $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + 2C_3 e^{-2t}$, $y = 2C_1 e^t + C_3 e^{-2t}$. **819.** $x = 3Ce^{-t}$, $y = Ce^{-t}$. **820.** $x = -2C_2 e^{3t} + C_3 e^t$,
 $y = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t}$. **821.** $x = 2C_1 e^{2t} + 2C_2 e^{-2t} + 2C_3 \cos 2t + 2C_4 \sin 2t$,
 $y = 3C_1 e^{2t} - 3C_2 e^{-2t} - C_3 \sin 2t + C_4 \cos 2t$. **822.** $x = C_1 e^{\frac{t}{2}} - 4C_2 e^{-2t}$,
 $y = C_1 e^{\frac{t}{2}} + C_2 e^{-2t}$. **823.** $x = (C_1 + C_2 t)e^t + C_3 e^{-t}$, $y = (-2C_1 - C_2 - 2C_2 t)e^t - 4C_3 e^{-t}$. **824.** $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 e^{2t} + C_4 e^{-2t}$,
 $y = C_1 e^t + 5C_2 e^{-t} + 2C_3 e^{2t} + 2C_4 e^{-2t}$. **825.** $x = C_1 + C_2 e^t + C_3 \cos t + C_4 \sin t$, $y = -C_1 - C_2 e^t + (\frac{3}{5}C_4 - \frac{4}{5}C_3) \cos t - (\frac{3}{5}C_3 + \frac{4}{5}C_4) \sin t$.
826. $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + te^t - t^2 - 2$, $y = C_1 e^t - C_2 e^{-t} + (t-1)e^t - 2t$.
827. $x = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} - 2 \sin t - \cos t$, $y = 2C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} + \sin t + 3 \cos t$. **828.** $x = C_1 e^t + 2C_2 e^{4t} + 3e^{5t}$, $y = -C_1 e^t + C_2 e^{4t} + e^{5t}$.
829. $x = C_1(\cos 2t - \sin 2t) + C_2(\cos 2t + \sin 2t)$, $y = C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t + e^{-2t}$. **830.** $x = C_1 e^{2t} + C_2 e^{3t} + (t+1)e^{2t}$, $y = -2C_1 e^{2t} - C_2 e^{3t} - 2te^{2t}$. **831.** $x = (C_1 + 2C_2 t)e^t - 3$, $y = (C_1 + C_2 + 2C_2 t)e^t - 2$.
832. $x = C_1 e^{2t} + 3C_2 e^{4t} - e^{-t} - 4e^{3t}$, $y = C_1 e^{2t} + C_2 e^{4t} - 2e^{-t} - 2e^{3t}$.
833. $x = C_1 e^t \cos t + C_2 e^t \sin t + e^t + t + 1$, $y = C_1 e^t(-\cos t - \sin t) + C_2 e^t(\cos t - \sin t) - 2e^t - 2t - 1$. **834.** $x = C_1 e^{-t} + 2C_2 e^{2t} - \cos t + 3 \sin t$,
 $y = -C_1 e^{-t} + C_2 e^{2t} + 2 \cos t - \sin t$. **835.** $x = 4C_1 e^t + C_2 e^{-2t} - 4te^t$, $y = C_1 e^t + C_2 e^{-2t} - (t-1)e^t$. **836.** $x = C_1 e^{3t} + 3t^2 + 2t + C_2$, $y = -C_1 e^{3t} + 6t^2 - 2t + 2C_2 - 2$. **837.** $x = 2C_1 e^{2t} + C_2 e^{-3t} - (12t+13)e^t$, $y = C_1 e^{2t} - 2C_2 e^{-3t} - (8t+6)e^t$. **838.** $x = 2C_1 e^{8t} - 2C_2 - 6t + 1$, $y = 3C_1 e^{8t} + C_2 + 3t$. **839.** $x = 3C_1 e^t + C_2 e^{-t} + 3 \sin t$, $y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} - \cos t + 2 \sin t$.
840. $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t + t \sin t - t \cos t$, $y = C_1(\sin t + \cos t) + C_2(\sin t - \cos t) - 2t \cos t + \sin t + \cos t$. **841.** $x = (C_1 + C_2 t - t^2)e^t$,
 $y = [C_1 - C_2 + t(C_2 + 2) - t^2]e^t$. **842.** $x = C_1 e^t + 3C_2 e^{2t} + \cos t - 2 \sin t$,
 $y = C_1 e^t + 2C_2 e^{2t} + 2 \cos t - 2 \sin t$. **843.** $x = C_1 e^t + C_2 e^{3t} + te^t - e^{4t}$, $y = -C_1 e^t + C_2 e^{3t} - (t+1)e^t - 2e^{4t}$. **844.** $x = C_1 \cos 2t - C_2 \sin 2t + 2t + 2$, $y = (C_1 + 2C_2) \cos 2t + (2C_1 - C_2) \sin 2t + 10t$.
845. $x = C_1 e^t + C_2 e^{3t} + e^t(2 \cos t - \sin t)$, $y = C_1 e^t - C_2 e^{3t} + e^t(3 \cos t + \sin t)$. **846.** $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t + \operatorname{tg} t$, $y = -C_1 \sin t + C_2 \cos t + 2$.
847. $x = C_1 e^t + 2C_2 e^{2t} - e^t \ln(e^{2t} + 1) + 2e^{2t} \operatorname{arctg} e^t$, $y = C_1 e^t + 3C_2 e^{2t} - e^t \ln(e^{2t} + 1) + 3e^{2t} \operatorname{arctg} e^t$. **848.** $x = C_1 + 2C_2 e^{-t} + 2e^{-t} \ln|e^t - 1|$,
 $y = -2C_1 - 3C_2 e^{-t} - 3e^{-t} \ln|e^t - 1|$. **849.** $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t + t(\cos t + \sin t) + (\cos t - \sin t) \ln|\cos t|$, $y = (C_1 - C_2) \cos t + (C_1 + C_2) \sin t + 2 \cos t \ln|\cos t| + 2t \sin t$. **850.** $x = (C_1 + 2C_2 t - 8t^{5/2})e^t$,
 $y = (C_1 + 2C_2 t - C_2 - 8t^{5/2} + 10t^{3/2})e^t$. **851.** $x = C_1 e^{3t} \binom{1}{0} + C_2 e^{3t} \binom{0}{1}$.
852. $x = C_1 e^{2t} \binom{1}{1} + C_2 e^{-t} \binom{1}{-2}$. **853.** $x = C_1 e^{-t} \binom{1}{1} + C_2 e^{-t} \binom{2t}{2t-1}$.

- 854.** $x = C_1 e^t \begin{pmatrix} \cos 2t \\ \cos 2t + \sin 2t \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} \sin 2t \\ \sin 2t - \cos 2t \end{pmatrix}$. **855.** $x = C_1 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. **856.** $x = C_1 e^{2t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} + C_3 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. **857.** $x = C_1 e^t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 3 \cos t - \sin t \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 3 \sin t + \cos t \end{pmatrix}$. **858.** $x = C_1 e^{-2t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} \cos 2t \\ -\sin 2t \end{pmatrix} + C_3 e^{-t} \begin{pmatrix} \sin 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix}$. **859.** $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} \cos t - \sin t \\ \cos t \end{pmatrix} + C_3 e^t \begin{pmatrix} \cos t + \sin t \\ \sin t \end{pmatrix}$. **860.** $x = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. **861.** $x = C_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. **862.** $x = C_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ -t \end{pmatrix}$. **863.** $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 e^t \begin{pmatrix} 2t \\ 2t+1 \end{pmatrix}$. **864.** $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 e^{-t} \begin{pmatrix} t+1 \\ 2t \end{pmatrix}$. **865.** $x = C_1 e^{2t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 e^{2t} \begin{pmatrix} 2t+1 \\ 3t \end{pmatrix}$. **866.** $x = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} t-1 \\ 2t-1 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} t^2 \\ 2t^2-2t+2 \end{pmatrix}$. **867.** $\begin{pmatrix} e^3 & 0 \\ 0 & e^{-2} \end{pmatrix}$. **868.** $\begin{pmatrix} \cos 1 & \sin 1 \\ -\sin 1 & \cos 1 \end{pmatrix}$. **869.** $\begin{pmatrix} e^2 & e^2 \\ 0 & e^2 \end{pmatrix}$. **870.** $\begin{pmatrix} 2e^2-e & e-e^2 \\ 2e^2-2e & 2e-e^2 \end{pmatrix}$. **871.** $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. **872.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^2 \end{pmatrix}$. **873.** $\begin{pmatrix} e^2 & e^2 & \frac{e^2}{2} \\ 0 & e^2 & e^2 \\ 0 & 0 & e^2 \end{pmatrix}$. **874.** e^2 . **875.** e^{-1} . **876.** $x = d \cos at, y = \frac{v}{a} \sin at$; эллипс $\left(\frac{x}{d}\right)^2 + \left(\frac{ay}{v}\right)^2 = 1$. **877.** $x = C_1 \sin \left(\frac{at}{\sqrt{6}} + C_2 \right), y = \frac{3}{2} C_1 \sin \left(\frac{at}{\sqrt{6}} + C_2 \right)$; $x = C_3 \sin(at + C_4), y = -C_3 \sin(at + C_4)$. **878.** $\frac{1}{2\pi} \sqrt{K \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)}$. **879.** $I = A \sin(\omega t - \varphi), A = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L / (1 - \omega^2 LC))^2}}$; $\max A = \frac{V}{R}$ при $\omega = 0$ и $\omega = \infty$, $\min A = 0$ при $\omega^2 = \frac{1}{LC}$. **880.** $\lambda \neq \frac{2\pi k}{\omega} i, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ **881.** а) неустойчиво; б) устойчиво; в) устойчиво; г) неустойчиво. **882.** Асимптотически устойчиво. **883.** Неустойчиво. **884.** Неустойчиво. **885.** Устойчиво. **886.** Устойчиво. **887.** Неустойчиво. **888.** Устойчиво. **889.** Все решения стремятся к нулю. Нет, нет. **890.** Устойчиво. **891.** Асимптотически устойчиво. **892.** Неустойчиво. **898.** Нет. **899.** Устойчиво. **900.** Неустойчиво. **901.** Неустойчиво. **902.** Устойчиво. **903.** Неустойчиво. **904.** Устойчиво. **905.** Устойчиво. **906.** Неустойчиво. **907.** $-2 < a < -1$. **908.** $a < -1$. **909.** $ab < -3$. **910.** $a < b < -1$. **911.** $0 < a < 2$. **912.** $-be < a < -e$. **913.** Устойчиво. **914.** Неустойчиво. **915.** $(0, 0)$ неустойчиво, $(1, 2)$ устойчиво. **916.** $(1, 2)$ и $(2, 1)$ неустойчивы. **917.** $(2k\pi, 0)$ неустойчивы, $((2k+1)\pi, 0)$ устойчивы. **918.** $(3, 2)$ неустойчиво, $(0, -1)$ устойчиво. **919.** $(2, 1)$ устойчиво, $(-2, 1)$ неустойчиво. **920.** $(1, 1)$ неустойчиво, $(-4, -4)$ устойчиво. **921.** $(2k\pi, 0)$ неустойчивы, $((2k+1)\pi, 0)$ устойчивы.

чивы. **922.** $(-1, 2k\pi)$ устойчивы, $(-1, (2k+1)\pi)$ неустойчивы. **923.** Неустойчиво. **924.** Устойчиво. **925.** Устойчиво. **926.** Неустойчиво. **927.** Устойчиво. **928.** Устойчиво. **929.** Неустойчиво. **930.** Устойчиво. **931.** Устойчиво. **932.** Неустойчиво. **933.** Устойчиво. **934.** Устойчиво. **935.** Неустойчиво. **936.** Устойчиво. **937.** Неустойчиво. **938.** Неустойчиво. **939.** Неустойчиво. **940.** Устойчиво. **941.** Неустойчиво. **942.** Устойчиво. **943.** Неустойчиво. **944.** Неустойчиво. **945.** Устойчиво. **946.** Неустойчиво. **947.** Устойчиво. **948.** Неустойчиво. **949.** $a>0, b>0, ab>2$. **950.** $3a>b>0$. **951.** $0<a<2$. **952.** Неустойчиво при всех a . **953.** $a>0, b>0, a+b<1$. **954.** $b>0, a>b+1$. **955.** $a>0, b>0, 8a-a^2b>4$. **956.** $a>2, b>0, 2ab-b^2>4$. **957.** $a>0, b>0, 2-\sqrt{3}<\frac{a}{b}<2+\sqrt{3}$. **958.** $0<a<8, 0<b<8a-a^2$. **959.** а) устойчиво; б) устойчиво; в) неустойчиво; г) неустойчиво; д) неустойчиво; е) устойчиво. **960.** $-4 < ab < 0$ и $a = b = 0$. **961.** Седло. **962.** Узел. **963.** Фокус. **964.** Узел. **965.** Седло. **966.** Центр. **967.** Вырожденный узел. **968.** Узел. **969.** Особый узел. **970.** Фокус. **971.** Узел. **972.** Вырожденный узел. **973.** Фокус. **974.** Седло. **975.** Центр. **976.** Вырожденный узел. **977** и **978.** Особые точки заполняют прямую линию. **979.** $(-2, -1)$ — узел. **980.** $(1, -2)$ — фокус. **981.** $(4, 2)$ узел, $(-2, -1)$ фокус. **982.** $(1, 0)$ особый узел, $(-1, 0)$ седло. **983.** $(1, 1)$ фокус, $(-1, -1)$ седло. **984.** $(0, -1)$ вырожденный узел, $(2, -3)$ седло. **985.** $(2, 4)$ узел, $(-1, 1)$ седло. **986.** $(1, 1)$ фокус, $(-1, -1)$ седло. **987.** $(2, 1)$ узел, $(1, 2)$ седло, $(-1, -2)$ фокус. **988.** $(1, -1)$ фокус, $(0, -2)$ седло, $(-2, 2)$ узел. **989.** $(-2, 4)$ узел, $(1, 1)$ фокус, $(2, 4)$ и $(-1, 1)$ седла. **990.** $(-2, 2)$ вырожденный узел, $(1, -1)$ фокус, $(2, 2)$ и $(-1, -1)$ седла. **991.** $(3, 0)$ фокус, $(1, 1)$ узел, $(-1, 1)$ и $(-3, 0)$ седла. **992.** $(0, 1)$ и $(0, -1)$ седла, $(-1, 0)$ фокус, $(3, 2)$ узел. **993.** В области $y>0$ интегральные кривые расположены как у седла, в области $y<0$ — как у узла. **994.** Через $(0, 0)$ проходит одна кривая, имеющая там точку возврата первого рода. Остальные кривые не заходят в особую точку. **995.** Из области $y<0$ все интегральные кривые обоими концами входят в особую точку, а из области $y>0$ не входит ни одна. **996.** Две интегральные кривые проходят через особую точку, касаясь друг друга. Остальные кривые расположены, как у седла. **997.** Из области $y>0$ кривые не входят в особую точку. В области $y<0, x<0$ расположение кривых напоминает вырожденный узел, а в области $y<0, x>0$ — седло. **1021.** $(0, 1)$ седло, $(0, -1)$ фокус. **1022.** $(1, 2)$ седло, $(-1, 2)$ узел. **1023.** $(1, 0)$ седло, $(0, 2)$ вырожденный узел. **1024.** $(0, 1)$ центр, $(0, -1)$ седло. **1025.** $(2, 2)$ узел, $(0, -2)$ седло, $(-1, -1)$ фокус. **1026.** $(2, 2)$ седло, $(4, 1)$ и $(-2, -2)$ фокусы. **1027.** $(1, 0)$ и $(-1, 0)$ седла, $(0, 1)$

- и $(0, -1)$ центры. **1028.** $(1, 1)$ седло, $(1, -1)$ узел, $(2, 2)$ и $(-2, 2)$ фокусы. **1029.** $(0, 1)$ и $(0, -1)$ седла, $(1, 0)$ фокус, $(-3, 2)$ узел. **1030.** $(1, -1)$ и $(-1, 1)$ узлы, $(3, 3)$ и $(-3, -3)$ седла. **1031.** $(1, -1)$ и $(-1, 1)$ седла, $(3, 3)$ и $(-3, -3)$ узлы. **1032.** $(0, 0)$ фокус, $(7, 1)$ узел, $(0, 8)$ и $(3, -1)$ седла. **1033.** $(0, 0)$ фокус, $(2, 4)$ узел, $(1, 1)$ и $(-1, 1)$ седла. **1034.** $(2, 1)$ узел, $(-1, 2)$ фокус, $(1, 2)$ и $(1, -2)$ седла. **1035.** $l\ddot{\varphi} + g \sin \varphi = 0$. **1036.** $ml\ddot{\varphi} + kl^2|\dot{\varphi}| + mg \sin \varphi = 0$. **1037.** $\ddot{\varphi} + \sin \varphi = \frac{1}{2}$. **1038.** $m\ddot{x} + f \operatorname{sgn} \dot{x} + kx = 0$. **1039.** В $(L/l)^3$ раз. **1047.** $f(r_0) = 0$; при возрастании r функция $f(r)$ меняет знак с + на -; меняет знак с - на +; не меняет знака при переходе через нуль. **1048.** $a < -1/2$; $a > -1/2$. **1053.** $x = \pm b \operatorname{cth} \frac{\pi a}{2\sqrt{1-a^2}}$. **1054.** $\dot{x} = y$; $\frac{d}{dt}(x^2 + y^2) = -2yF(y) < 0$ при $y \neq 0$. **1056.** Меньше, чем на 0,03. **1057.** Меньше, чем на 0,05($e^{2T} - 1$). **1058.** Ошибка меньше 0,081. **1059.** $|\tilde{y} - y| < 0,016$. **1060.** $|\tilde{x} - x| + |\tilde{y} - y| < 0,0012$. **1061.** $|\tilde{y} - y| < 0,002$. **1062.** $|\tilde{y} - y| < 0,015$. **1063.** $|\tilde{y} - y| < 0,034$. **1064.** $e^{2x} - x - 1$. **1065.** $\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x + 1$. **1066.** e^{x-2} . **1067.** $t(e^{-1} - e^{-t})$. **1068.** $\frac{1-t-\ln(1-t)}{(1-t)^2}$. **1069.** t^8 . **1070.** $t^2 \ln t + 2t^2 - 2t$. **1071.** $-e^{2t} - 2e^{-t} - 3e^{-2t}$. **1072.** $-\frac{e^{2t}}{72} - \frac{e^{-2t}}{4} + (\frac{5}{36} - \frac{t}{3})e^{-t} + \frac{1}{8}$. **1073.** $\frac{t^2}{3} - \frac{1}{3t}$. **1074.** $y = \frac{1}{x} + \mu(x^2 - \frac{1}{x^2}) + \mu^2 \left(-\frac{x^5}{7} + \frac{2x}{3} - \frac{32}{21x^2} + \frac{1}{x^3} \right) + O(\mu^3)$. **1075.** $y = 2\sqrt{x} + 2\mu(x^{-1/2} - x^2) + \mu^2 \left(\frac{1}{4}x^{7/2} - \frac{4}{3}x + \frac{25}{12}x^{-1/2} - x^{-3/2} \right) + O(\mu^3)$. **1076.** $y = 1 + \mu(x^2 - x) + \frac{\mu^2 x(1-x)^3}{6} + O(\mu^3)$. **1077.** $y = \frac{1}{x} + 3\mu + \mu^2 \left(\frac{3}{x^2} - 3x \right) + O(\mu^3)$. **1078.** $y = x - \mu(x+1) + (\mu^2/2)(e^x - x^2 - 2x - 1) + O(\mu^3)$. **1079.** $x = \sin t + \mu(\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\cos 2t) + \mu^2(\frac{1}{2}\sin t - \frac{1}{6}\sin 3t) + O(\mu^3)$. **1080.** $x = \cos 2t + \mu(\frac{1}{10} - \frac{1}{22}\cos 4t) + \mu^2(\frac{17}{110}\cos 2t + \frac{1}{682}\cos 6t) + O(\mu^3)$. **1081.** $x = \mu \cos t + \mu^3(-\frac{3}{8}\cos t + \frac{1}{24}\cos 3t) + O(\mu^5)$. **1082.** $x_1 = 1 + \mu \sin t - \frac{\mu^2}{4}(1 + \cos 2t) + O(\mu^3)$, $x_2 = -1 - \frac{\mu}{3} \sin t + \frac{\mu^2}{36}(1 - \frac{1}{3} \cos 2t) + O(\mu^3)$. **1083.** $x_1 = -\frac{\mu}{3} \sin 2t + \frac{\mu^3}{648}(\sin 2t - \frac{1}{35} \sin 6t) + O(\mu^5)$, $x_2 = \pi - \frac{\mu}{5} \sin 2t - \frac{\mu^3}{1000}(\frac{1}{5} \sin 2t - -\frac{1}{111} \sin 6t) + O(\mu^5)$. **1084.** $x = \frac{1}{8} \sin t + \frac{1}{3} \sin 2t - \frac{1}{8} \sin 3t + O(\mu)$. **1085.** $x = 2\mu^{\frac{1}{3}} \sin t - \mu(\frac{1}{12} \sin t + \frac{1}{4} \sin 3t) + O(\mu^{\frac{5}{3}})$. **1086.** $x = C \cos \tau + C^2(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cos \tau - \frac{1}{6} \cos 2\tau) + O(C^3)$, $\tau = t(1 - \frac{5}{12}C^2 + O(C^3)) + C_2$. **1087.** $x = C \cos \tau + \frac{C^3}{32}(\cos 3\tau - \cos \tau) + O(C^5)$, $\tau = t(1 + \frac{3}{8}C^2 + O(C^4)) + C_2$. **1088.** $x = C \cos \tau + \frac{C^3}{192}(\cos \tau - \cos 3\tau) + O(C^5)$, $\tau = t\left(1 - \frac{C^2}{16} + O(C^4)\right) + C_2$. **1089.** $x = 2 \cos \tau + \frac{3}{4}\mu \sin \tau - \frac{\mu}{4} \sin 3\tau + O(\mu^2)$, $\tau = t\left(1 - \frac{\mu^2}{16} + O(\mu^4)\right) + C$. **1090.** $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \tau + \frac{\mu}{12\sqrt{3}} \sin 3\tau + O(\mu^2)$, $\tau = \left(1 - \frac{\mu^2}{16} + O(\mu^3)\right)t + C$.

- 1091.** $y = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} + \frac{7x^4}{12} + \dots$ **1092.** $y = 1 + x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{3} + \dots$
- 1093.** $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{6} + \dots$ **1094.** $y = x + x^2 - \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{4} - \dots$
- 1095.** $y = 1 + 2(x-1) + 4(x-1)^2 + \frac{25}{3}(x-1)^3 + \frac{81}{4}(x-1)^4 + \dots$
- 1096.** $y = 1 + 2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{3} - \dots$ **1097.** $y = 4 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + \frac{19}{6}x^4 + \dots$ **1098.** $R > 0,73$. **1099.** Ошибка меньше 0,00024.
- 1100.** $y_1 = 1 + \frac{x^4}{3 \cdot 4} + \frac{x^8}{3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^5}{4 \cdot 5} + \frac{x^9}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9} + \dots$ **1101.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{1 \cdot 3} + \frac{x^6}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{2 \cdot 4} + \frac{x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots = x e^{\frac{x^2}{2}}$.
- 1102.** $y_1 = 1 + x^2 + x^4 + \dots = \frac{1}{1-x^2}$, $y_2 = x + x^3 + x^5 + \dots = \frac{x}{1-x^2}$.
- 1103.** $y_1 = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}x^4 - \dots = (1+x^2)^{-\frac{3}{2}}$, $y_2 = x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 5}x^5 - \dots$ **1104.** $y_1 = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2^2} - \frac{11x^4}{24} - \dots$, $y_2 = x + x^2 + \frac{5x^3}{6} + \frac{3x^4}{4} + \dots$ **1105.** $y_1 = 1 + x - x^3 - x^4 + x^6 + x^7 - \dots = \frac{1}{1-x+x^2}$, $y_2 = xy_1$.
- 1106.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{40} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + \dots$ **1107.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots$, $y_2 = x - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{180} + \dots$ **1108.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{12} + \frac{5x^4}{72} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$ **1109.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{12} + \dots$, $y_3 = x^2 + \frac{x^4}{4} - \dots$ **1110.** $y_1 = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots = \frac{\sin x}{x}$, $y_2 = \frac{1}{x} - \frac{x}{2!} + \frac{x^3}{4!} - \dots = \frac{\cos x}{x}$. **1111.** $y_1 = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \dots = \frac{e^x}{x}$, $y_2 = |x|^{1/2} \left(1 + \frac{2x}{5} + \frac{(2x)^2}{5 \cdot 7} + \frac{(2x)^3}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots \right)$. **1112.** $y_1 = x^{1/3} \left(1 + \frac{x^2}{5 \cdot 6} + \frac{x^4}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12} + \dots \right)$, $y_2 = x^{2/3} \left(1 + \frac{x^2}{6 \cdot 7} + \frac{x^4}{6 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 13} + \dots \right)$.
- 1113.** $y_1 = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{2}$, $y_2 = x^2 + \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{4 \cdot 5} + \frac{x^5}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots = 6 \left(\frac{e^x - 1}{x} - 1 - \frac{x}{2} \right)$. **1114.** $y_1 = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{40} + \frac{7x^4}{720} + \dots$, $y_2 = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{5} + \frac{x^4}{20} + \dots$ **1115.** $y_1 = x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!} + \dots = xe^x$. **1116.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$ **1117.** $y_2 = \left(1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \dots \right) \ln|x| - \frac{x^2}{4} - \frac{3x^4}{128} - \dots$ **1118.** y_1 и y_2 — обобщенные степенные ряды с иррациональными показателями.
- 1119.** y_1 и y_2 — ряды с комплексными показателями. **1120.** Решений в виде обобщенных степенных рядов нет, так как получаемый ряд $y = 1 + 1!x + 2!x^2 + 3!x^3 + \dots$ имеет нулевой радиус сходимости.
- 1121.** $y = -\frac{\pi}{6} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)x}{(2k-1)^2(k^2-k+1)}$.
- 1122.** $y = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{16k^4 - 4k^2 + 1} \left(\cos 2kx - \frac{2k}{4k^2 - 1} \sin 2kx \right)$.
- 1123.** $y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k^3+k) \cos kx - \sin kx}{2^k [(k^3+k)^2 + 1]}$.
- 1124.** $y = -\frac{1}{6\pi^2} + \frac{1}{\pi^4} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k^2(4k^2+1)}$.

- 1125.** $y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2kx}{k^2(9-4k^2)} + C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x.$ **1136.** $1 \leq y \leq \sqrt{3}.$
- 1137.** $1 + x^2 < y < 1 + x^2 + \operatorname{arctg} x.$ **1141.** $y = C_2 e^{C_1 x^2}, z = \frac{1}{2C_1 C_2} e^{-C_1 x^2}.$
- 1142.** $y = C_2 e^{C_1 x}, z = x + \frac{C_2}{C_1} e^{C_1 x}; y = 0, z = x + C.$ **1143.** $y = \frac{x+C_1}{x+C_2}, z = \frac{(C_2-C_1)x}{(x+C_2)^2}.$ **1144.** $y = C_2 e^{C_1 x^2}, z = \frac{2C_1}{C_2} x e^{-C_1 x^2}; y = 0, z = Cx.$ **1145.** $y = -\frac{1}{C_1} + \frac{C_1}{2}(x+C_2) - \frac{C_1}{4}(x+C_2)^2, z = \frac{C_1}{4}(x+C_2)^2 + \frac{1}{C_1}.$ **1146.** $y = C_1 z, x = 2y - z + C_2.$ **1147.** $x^2 - y^2 = C_1, x + y = C_2 z.$ **1148.** $x - y = C_1(y - z), (x + y + z)(x - y)^2 = C_2.$ **1149.** $x + z = C_1, (x + y + z)(y - 3x - z) = C_2.$ **1150.** $x^2 - z^2 = C_1, y^2 - u^2 = C_2, (x + z) = C_3(u + y).$ **1151.** $x + z = C_1, y + u = C_2, (x - z)^2 + (y - u)^2 = C_3.$ **1152.** $x^2 - 2y = C_1, 6xy - 2x^3 - 3z^2 = C_2.$ **1153.** $y^2 + z^2 = C_1, x - yz = C_2.$ **1154.** $x = C_1 y, xy - z = C_2 x.$ **1155.** $x = C_1 y, xy - 2\sqrt{z^2 + 1} = C_2.$ **1156.** $y = C_1 z, x - y^2 - z^2 = C_2 z.$ **1157.** $y^2 + z^2 = C_1, x(y - z) = C_2.$ **1158.** $xz = C_1, xy + z^2 = C_2.$ **1159.** $x + z - y = C_1, \ln|x| + \frac{z}{y} = C_2.$ **1160.** $x^2 + y^2 + z^2 = C_1, yz = C_2 x.$ **1161.** 1) да; 2) нет. **1162.** 1) нет; 2) да. **1163.** Да. **1164.** Зависимы. **1167.** $z = f(x^2 + y^2).$ **1168.** $z = f(xy + y^2).$ **1169.** $u = f(y/x, z/x).$ **1170.** $u = f\left(\frac{(x-y)}{z}, \frac{(x+y+2z)^2}{z}\right)$
- 1171.** $F(x^2 - y^2, x - y + z) = 0.$ **1172.** $F\left(e^{-x} - y^{-1}, z + \frac{x - \ln|y|}{e^{-x} - y^{-1}}\right) = 0.$ **1173.** $F(x^2 - 4z, (x + y)^2/x) = 0.$ **1174.** $F(x^2 + y^2, z/x) = 0.$ **1175.** $F\left(\frac{x^2}{y}, xy - \frac{3z}{x}\right) = 0.$ **1176.** $F\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{z}, \frac{1}{x-y} + \frac{1}{z}\right) = 0.$ **1177.** $F(x^2 + y^4, y(z + \sqrt{z^2 + 1})) = 0.$ **1178.** $F\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \ln|xy| - \frac{z^2}{2}\right) = 0.$ **1179.** $F(x^2 + y^2, \operatorname{arctg}(x/y) + (z + 1)e^{-z}) = 0.$ **1180.** $F(z^2 - y^2, x^2 + (y - z)^2) = 0.$ **1181.** $F\left(\frac{z}{x}, 2x - 4z - y^2\right) = 0.$ **1182.** $F(z - \ln|x|, 2x(z - 1) - y^2) = 0.$ **1183.** $F(\operatorname{tg} z + \operatorname{ctg} x, 2y - \operatorname{tg}^2 z) = 0.$ **1184.** $F\left(\frac{(x+y+z)}{(x-y)^2}, (x-y)(x+y-2z)\right) = 0.$ **1185.** $F((x-y)(z+1), (x+y)(z-1)) = 0.$ **1186.** $F(u(x-y), u(y-z), (x+y+z)/u^2) = 0.$ **1187.** $F(x/y, xy - 2u, (z+u-xy)/x) = 0.$ **1188.** $F((x-y)/z, (2u+x+y)z, (u-x-y)/z^2) = 0.$ **1189.** $z = 2xy.$ **1190.** $z = ye^x - e^{2x} + 1.$ **1191.** $z = y^2 e^{2\sqrt{x}-2}.$ **1192.** $u = (1 - x + y)(2 - 2x + z).$ **1193.** $u = (xy - 2z) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right).$ **1194.** $y^2 - x^2 - \ln\sqrt{y^2 - x^2} = z - \ln|y|.$ **1195.** $2x^2(y+1) = y^2 + 4z - 1.$ **1196.** $(x + 2y)^2 = 2x(z + xy).$ **1197.** $\sqrt{z/y^3} \sin x = \sin\sqrt{z/y}.$ **1198.** $2xy + 1 = x + 3y + z^{-1}.$ **1199.** $x - 2y = x^2 + y^2 + z.$ **1200.** $2x^2 - y^2 - z^2 = a^2.$ **1201.** $[(y^2 z - 2)^2 - x^2 + z]y^2 z = 1.$ **1202.** $x^2 + z^2 = 5(xz - y).$ **1203.** $3(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2.$ **1204.** $xz = (xz - y - x +$

- + 2z)^2. **1205.** $(1 + yz)^3 = 3yz(1 + yz - x) + y^3$. **1206.** $x + y + z = 0$. **1207.** $2(x^3 - 4z^3 - 3yz)^2 = 9(y + z^2)^3$. **1208.** $(x - y)(3x + y + 4z) = 4z$. **1209.** $xz + y^2 = 0$. **1210.** $z = xy + f(y/x)$, где f — произвольная дифференцируемая функция, для которой $f(1) = 0$. **1211.** $F(x^2 - y^2, 2x^2 + z^2) = 0$. **1212.** $2y^2 + z^2 = z(x^2 + y^2 + z^2)$. **1213.** $F(bx - ay, cx - az) = 0$. **1214.** $x^2 + 3y^2 + z^2 + 3xy + xz + 3yz = 1$. **1215.** $F((y - b)/(x - a), (z - c)/(x - a)) = 0$. **1216.** $F(x^2/y, z/y) = 0$. **1217.** $z = Cxy^2$. **1218.** Решений нет. **1219.** $z = 0$. **1220.** Решений нет. **1221.** $x^3y^2z = C$. **1222.** $z = y^2 - xy$. **1223.** $x^2yz = C - x^3$; $x = 0$.

ОТВЕТЫ К ДОБАВЛЕНИЮ

9. $y' = u$, $u' = v$, $v' = y e^{-x}(2u - x)$; $y_0 = 1$, $u_0 = 1$, $v_0 = 0$; $y_1 = 1 + x$, $u_1 = 1$, $v_1 = 1 + (x - 1)e^{-x}$. **10.** $y_0 = 1$, $y_1 = 1 + t + t^2$, $y_2 = 1 + t + 2t^2 + t^3 + t^4/2 + t^5/5$. **11. а)** $y_0 = 0$, $y_1 = \frac{x^2 - 1}{2}$, $y_2 = \frac{x}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{20} - \frac{19}{30}$; б) например, $|x - 1| \leq \frac{1}{3}$. **12.** При $x \leq 0$ $y = -x$, при $x > 0$ решение не существует. **13. б)** При $a \leq -1$ и $a = 0$. **14. а)** При $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$ требуется $a \neq -1, \pm 3$, $(k + 1/2)\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$); при $\alpha = 1$ требуется $a \neq -1, \pm 3$; при $\alpha = 0$ уравнение не дифференциальное; б) $-3 < t < -\pi/2$. **15.** $y_0 = y_1 = y_2 = \dots = 4$, $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = 4$. **16.** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$, $y''(x_0) = y_2$, где $x_0 \neq k\pi/2$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), $y_0 > 0$, y_1 и y_2 любые. **17.** Начальные условия $y_1(0) = 1$, $y'_1(0) = 1$ и $y_2(0) = 1$, $y'_2(0) = \sqrt{2}$ различны. **18.** $n \neq 1$. **19.** $n \geq 5$. **20.** $n \geq 3$. **21.** $n \geq 4$. **22.** $n \geq 4$. **23.** $a \neq 0, \pm 2$ бесконечно много решений, $a = 2$ и $a = 0$ одно решение, $a = -2$ нет решений. **24.** $a \neq 0, \pm 1$ бесконечно много решений, $a = 0$ и $a = -1$ одно решение, $a = 1$ нет решений. **25.** $n \geq 3$ бесконечно много решений, $n = 2$ одно решение, при $n = 1$ для $a = \pm 1$ одно решение, для $a \neq \pm 1$ нет решений. **26.** $n \geq 3$ бесконечно много решений, $n = 2$ одно решение, при $n = 1$ для $a = 1$ и $a = -2$ одно решение, для $a \neq 1, a \neq -2$ нет решений. **27.** При $a \leq -4$ нет решений; при $a > -4$ для $n \geq 3$ бесконечно много решений, для $n = 2$ одно решение; для $n = 1$ при $a = -3$ одно решение, при $a \neq -3$ нет решений. **28.** Да. **29.** $|x| < \sqrt{2}$. **30. а)** $y = 1 / (\ln \sqrt{|x^2 - \pi^2|} + C)$, $y = 0$; б) $y = 1 / \ln(\sqrt{\pi^2 - x^2} - 1)$, $|x| < \pi$. **32.** Нет. **34.** $|t| < 1$; для $x' = x^2$ ($x \in R^1$), $x(0) = 1$ имеем $x = 1/(1-t)$ ($t < 1$); для $x' = -x^2$, $x(0) = 1$ имеем $x = 1/(1+t)$ ($t > -1$). **40. б)** $(\frac{1}{0}, \frac{t}{1})$. **44. б)** $n \geq k + 1$. **45.** $m = 2$. **46.** $y_1 = x$, $y_2 = x^2$; $W = x^2$. **47. а)** $-2 \leq x \leq 1$; б) да; в) $1/4$. **48. а)** $-1 < t < \pi/2$; б) да; в) $-16(t+1)^{-2}$; г) $y = \frac{a+b}{2}\varphi_1(t) + b\varphi_2(t) - \frac{b+c}{2}\varphi_3(t)$. **49.** $a = -5$. **50.** 2. **51.** 4. **52.** $(x^2 - 2x)y'' - 2(x-1)y' + 2y = 0$. **53.** $y = 2 + 5x - 2x^2$. **54.** Да, $y = 3y_1 - 2y_2$. **55.** $y = C_1x + C_2x^3 + C_3(x^2 + x \ln|x-1|)$. **57.** $y = x - 2(e^x - x)/(e-1)$. **58.** $y = x + C_1 + C_2(x + x^2)$. **59.** $y = 2 - x^2$. **60.** $(x^2 + 4)y'' - 2xy' + 2y = 2$. **61.** $y = \frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x-2} + x - 1$. **62.** $y = C_1e^x + C_2(x+1) +$

- + $x e^x$. 64. $T = 3\pi/4$. 65. Нет. 66. $p = \pi^2$. 67. $a = 2$. 68. $x = (C_1 + C_2 t + \frac{t^2}{2}) e^t + \frac{1}{2} \cos t$. 69. $x = C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t + \frac{e^{2t}}{20} (\sin 2t - \cos 2t) - \frac{t}{2} \cos 2t$. 70. $y = (C_1 + x) \cos x + (C_2 + x^2) \sin x$. 71. $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + (x + \frac{4}{5}) e^{2x} - 2x \cos x$. 72. $y = (C_1 + C_2 t) e^t + C_3 + t^2(at+b)e^t + (ct+d)e^t \cos t + (ft+g)e^t \sin t + ht^2 + kt$. 73. $y = (C_1 + C_2 x) e^{2x} + (ax+b)x^2 e^{2x} + e^{2x}(c \cos x + d \sin x)$. 74. $y = C_1 e^{(1+i)x} + C_2 e^{-(1+i)x} + ax e^{(1+i)x} + b e^{(1-i)x}$. 75. $y = (C_1 + C_2 x) e^{ix} + ax^2 e^{ix} + b e^{-ix}$. 76. $y = C_1 e^{(1-2i)x} + C_2 e^{(-1-2i)x} + a e^{(1+2i)x} + b x e^{(1-2i)x}$. 77. $y = C_1 e^{2ix} + C_2 e^{(\sqrt{-3}-i)x} + C_3 e^{(-\sqrt{-3}-i)x} + ax e^{2ix} + b e^{-2ix}$. 78. Да. 79. Нет. 80. Нет. 81. $\omega \neq 0, \pm 2$. 82. $c \neq 0$, b любое или $c = 0, b = \pm 1$. 83. а) $\omega \neq 0, \pm \sqrt{2}$; б) $y = C + \frac{\sin \omega t}{\omega^5 - 4\omega^3 + 4\omega} = C + \frac{1}{147} \sin 3t$. 84. $x = \frac{(25-\omega^2)\sin \omega t - \omega \cos \omega t}{(25-\omega^2)^2 + \omega^2}; A = \frac{1}{\sqrt{(25-\omega^2)^2 + \omega^2}}$. 85. а) $a = \pm 2, a = \pm 6$; б) a нечетное. 86. а) $a = 2$; б) $a \neq 2, a \neq 0$. 87. $a = 0, a = 4$. 88. $a = 0, a = \pm 1$. 89. $a < 0$. 90. $a \neq \pm 1, a \neq \pm 2$. 91. $a = 0, \alpha = 4, \beta = 2$. 92. $a = 1, b = 0, c = -4; \alpha = 0, \beta = 2, \gamma = 0$. 93. $x = (C_1 + C_2 t) e^{2t} + 3, y = (C_1 + C_2 + C_3 t) e^{2t} + 1$. 94. $x = C_1 e^t (\cos 3t - 2 \sin 3t) + C_2 e^t (2 \cos 3t + \sin 3t), y = C_1 e^t (\cos 3t + \sin 3t) + C_2 e^t (\sin 3t - \cos 3t)$. 95. $x = C_1 + [C_2 + C_3(t+1)] e^{-t}, y = [C_2 + C_3(t-1)] e^{-t}, z = C_1 + (C_2 + C_3 t) e^{-t}$. 96. Все $\operatorname{Re} \lambda_i = 0$ и в жордановой форме все клетки размера 1. 97. $n \geq 7$. 98. $\begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ e^t - 1 & e^t - 1 - t & e^t \end{pmatrix}$. 100. $x = 2C + 2 \sin t, y = C + \sin t$. 101. $x = -3 - \cos 2t, y = -3 - \cos 2t - 2 \sin 2t$. 102. а) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t - \sin 2t - 2 \cos 2t, y = C_1 (\cos t + \sin t) + C_2 (\sin t - \cos t) - 2 \sin 2t$. б) $x = -\sin 2t - 2 \cos 2t, y = -2 \sin 2t$. 103. $a = -2$. 104. При $a = -2b$. 105. Тот же ответ, что в задаче 96. 107. $\begin{pmatrix} 1-2t & -4t \\ t & 1+2t \end{pmatrix}$. 108. $\begin{pmatrix} e^t(\cos t - 2 \sin t) & 5e^t \sin t \\ -e^t \sin t & e^t(\cos t + 2 \sin t) \end{pmatrix}$. 109. $\begin{pmatrix} \operatorname{ch} t & 0 & \operatorname{sh} t \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sh} t & 0 & \operatorname{ch} t \end{pmatrix}$. 110. $\begin{pmatrix} e^{2t} & 0 & -te^{2t} \\ 0 & e^{2t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$. 111. $\begin{pmatrix} 1-3\sqrt{3} \\ 2-\sqrt{3} \end{pmatrix}$. 112. а) 1; $\lambda_{1,2} = 1$; б) $\begin{pmatrix} 1+2t & -t \\ 4t & 1-2t \end{pmatrix}$. 113. а) $e^{2t}, \lambda_{1,2} = e^t$; б) $\begin{pmatrix} e^t(1+2t) & 4te^t \\ -te^t & e^t(1-2t) \end{pmatrix}$. 114. а) 1; $\lambda_{1,2} = \cos t \pm i \sin t$; б) $\begin{pmatrix} \cos t + \sin t & -2 \sin t \\ \sin t & \cos t - \sin t \end{pmatrix}$. 115. $(e^2 - 1)(e - e^{-1})^2$. 116. Все $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$. 117. $e^{A \ln t}$. 118. Нет, например $A = \begin{pmatrix} 2\pi i & 0 \\ 0 & 2\pi i \end{pmatrix}$. 119. $A^2 = 0$, жорданова форма может содержать только клетки вида (0) и $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. 120. Да. 121. Да. 122. Да. 124. Все $|\mu_i| < 1$. 125. $e^{(a+1/2)\pi}$. 126. $a \neq -1/2$. 131. Все $\operatorname{Re} \lambda_i \leq 0$ и для тех λ_i , у которых $\operatorname{Re} \lambda_i = 0$, клетки в жордановой форме имеют размер 1. 133. См. ответ задачи 131. 134. а) $\det A = 0$; б) см. ответ задачи 131. 135. Да. 136. Да. 137. Нет. 138. При $n = 1$ да, при $n \geq 2$ нет, см. рисунок к задаче 889. 139. $x = 0$ неустойчиво. 140. $x = 0$ асимптотически устойчиво. 141. $x = 0$ асимптотически устойчиво, $x = \pi k$ ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$) неустойчивы. 142. $x = 0$ асимптоти-

- чески устойчиво. **143.** $x = 0$ устойчиво. **144.** $x = 0$ устойчиво. **145.** $x = y = 0$ устойчиво. **146.** $(0, 0)$ устойчиво, $(2/3, 0)$ неустойчиво. **147.** (a, a) устойчиво, $(a + 1, a)$ неустойчиво ($a \in R$ любое). **148.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **149.** а) $a < -1$; б) $a = -1$; в) $a > -1$. **150.** а) $a < 0$; б) $a = 0$; в) $a > 0$. **151.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **152.** а) $a < 0$; б) $a = 0$; в) $a > 0$. **153.** а) $a > 2$; б) $a = 2$; в) $a < 2$. **154.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **155.** а) $0 < a < 1$; б) $a = 0$; в) $a < 0$ и $a \geq 1$. **156.** а) $a = -1/2$; $x = c$, $y = 2c - 1/2$; б) да. **157.** Да. **158.** а) $a = 0$, $a = 4$; б) для $a = 4$ устойчивы, для $a = 0$ нет. **159.** а) $a = 0$, $a = \pm 1$; б) устойчивы. **160.** а) $a = 0$, $a = 1$; б) для $a = 1$ устойчивы, для $a = 0$ нет. **161.** а) $ad < bc$; б) $ad > bc$, $(a - d)^2 + 4bc > 0$. **162.** $c > 0$, $(a - d)^2 + 4bc < 0$. **163.** $(0, 0)$ узел. **164.** $(0, 0)$ фокус. **165.** $(3, 1)$ вырожденный узел. **166.** $a < 0$. **167.** а) нет; б) нет. **168.** а) фокус; б) $|a - b| < 2$ **169.** а) нет; б) узел; в) $a = -1$. **170.** а) всегда неустойчиво; б) $|a| > 1$ седло, $|a| < 1$ узел. **171.** а) $a < -1$ и $-1 < a < 0$ асимптотически устойчиво, $a \leq 0$ устойчиво; б) $a < -1$ и $-1 < a \leq -1/2$ узел (при $a = -1/2$ вырожденный); $-1/2 < a < 0$ и $a > 0$ фокус; $a = 0$ центр. **172.** а) $a < -1$ асимптотически устойчиво, $a \leq -1$ устойчиво; б) $-1 < a < 0$ седло, $a < -1$ и $a > 8$ узел, $0 < a < 8$ фокус. **173.** а) $a < -1$ и $a > 3$ асимптотически устойчиво, $a \leq -1$ и $a \geq 3$ устойчиво; б) $-1 < a < 3$ седло, $1 - \sqrt{5} < a < -1$ и $3 < a < 1 + \sqrt{5}$ узел, $a < 1 - \sqrt{5}$ и $a > 1 + \sqrt{5}$ фокус. **174.** $xy = C(x^2 + y^2)^2$. **175.** Все решения определены при $-\infty < t < \infty$. **176.** Нет. **177.** а) $(0, 0)$, $(\pm 1, 0)$; б) $a < 0$; в) нет. **178.** а) $y = \pm 2x\sqrt{x-1}$; в) $x = \cos^{-2}t$. **179.** б) $(0, 0)$ устойчиво, $(\pm 1/\sqrt{2}, 0)$ неустойчивы; в) $k_{1,2} = \pm 2$, $T \sim \pi\sqrt{2}$; г) $(0, 0)$ устойчивый фокус ($0 < a < \sqrt{8}$), устойчивый узел ($a > \sqrt{8}$), $(\pm 1/\sqrt{2}, 0)$ седла. **180.** б) $(0, 0)$ неустойчиво, $(\pm 1, 0)$ устойчивы; в) $k_{1,2} = \pm \sqrt{2}$, $T \sim \pi$; г) $(0, 0)$ седло, $(\pm 1, 0)$ устойчивые фокусы ($0 < a < 4$), устойчивые узлы ($a > 4$). **181.** а) $(0, 0)$ центр, $(1, 0)$ седло; б) траектория $y = -(x - 1)\sqrt{(2x + 1)/3}$, решение $x = \frac{3}{2}(\operatorname{cth} t)^2 - \frac{1}{2}$ ($0 < t < \infty$); в) $|a| < 1/\sqrt{3}$; г) $-1/2 < x < 1$, $3y^2 < 2x^3 - 3x^2 + 1$; д) нет. **182.** б) $(\pm 1, 0)$ неустойчивы; в) нет. **183.** б) $(0, 0)$ неустойчиво, $(\pm 1, 0)$ асимптотически устойчивы; в) нет. **184.** а) $(0, 0)$ и все точки окружности $x^2 + y^2 = 1$; б) в $(0, 0)$ $\dot{x} = y$, $\dot{y} = 0$; в) в $(1, 0)$ $\dot{u} = 0$, $\dot{v} = 2u$; в) $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ $\dot{u} = -u - v$, $\dot{v} = (u + v)/2$; в) неустойчиво, неустойчиво, устойчиво; г) устойчиво, неустойчиво, устойчиво; е) нет; ж) $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$, где t_0 , x_0 , y_0 любые такие, что $x_0^4 + 2y_0^2 < 1$ или $x_0^4 + 2y_0^2 > 2$. **186.** $(2x^2 - 12/\sqrt{x})/5$. **187.** $(2 + e^{-1})x - x e^{-x}$. **188.** $(x - 1)e^{2x+2} - e^x$. **189.** $3e^x - x - 1$. **190.** $1 + t$. **191.** $\operatorname{ch} t$. **192.** $\sin t - t \cos t$. **193.** $2e^{2t} - 2 - t - t^2$. **194.** $\partial x / \partial \mu = 6 + 2 \operatorname{ch} 2t - 12 \operatorname{ch} t$, $\partial y / \partial \mu = 4 \operatorname{sh} 2t - 12 \operatorname{sh} t$. **197.** e^{x^2+x-2} . **198.** $e^{\sin x}$. **199.** $\partial x / \partial y_0 = \sin t$, $\partial y / \partial y_0 = \cos t + \sin t$.

- 200.** 0. **201.** $y = x^{1/2} + \mu(2x^2 - 3x^{-1/2}) + \mu^2 \left(\frac{1}{2}x^{7/2} - 4x + 8x^{-1/2} - \frac{9}{2}x^{-3/2} \right) + O(\mu^3)$. **202.** $x = 1 + \frac{\mu}{2} \sin 2t + \mu^2 \left(\frac{1}{4} \cos 2t - \frac{1}{16} \cos 4t - \frac{3}{16} \right) + O(\mu^3)$. **208.** $z^2 = 2xy - \frac{2}{3}x^3 + f(x^2 - 2y)$. **209.** $xz - y^2 = 1$. **210.** $(z - x^2)^2 + x(z - x^2) = y$. **211.** $z(e^{-x} + 2x - 2) = y^2$. **212.** $\left(\frac{x}{3y}\right)^6 + \frac{x}{3y} - \frac{x^3}{3} - y + \frac{z^2}{2} = 0$. **213.** $(x^2 - y^2) \ln \frac{x^2 - y^2}{3} = y^2 + 2(x^2 - y^2) \ln |y| - 2 \ln |z|$. **214.** $(2x + 1)z = x(2x + 1)^2/2 + 2xy$. **215.** $z = (\ln|x - y| + 1)(x + y)$. **216.** $(k - 2)z = 5(kx - y)$ ($k \neq 2$). **217.** а) $z = 2x - 2 + (y - 3x + 3)^2$; б) $z = 2x + f(y - 3x)$, $f \in C^1$ произвольная функция с $f(0) = 0$. **218.** При $a \neq 0$, $a \neq -1$, $z = (2x + (4 - 2a)y)/a$; при $a = -1$ $z = x + f(x + 2y)$, $f \in C^1$ произвольная функция с $f(0) = 0$; при $a = 0$ решений нет. **219.** а) решений нет; б) единственное решение $z = -1 + \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 1}$. **220.** а) нет; б) да. **221.** $\varphi(x) \equiv \varphi(-x)$.

ТАБЛИЦЫ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ И ЛОГАРИФМОВ

Таблица 1

| x | e^x | x | $\ln x$ | $\lg x$ |
|------|-------|-----|---------|---------|
| 0,01 | 1,000 | 1,0 | 0,000 | 0,000 |
| 0,05 | 1,051 | 1,1 | 0,095 | 0,041 |
| 0,10 | 1,105 | 1,2 | 0,182 | 0,079 |
| 0,15 | 1,162 | 1,3 | 0,262 | 0,114 |
| 0,20 | 1,221 | 1,4 | 0,336 | 0,146 |
| 0,25 | 1,284 | 1,5 | 0,405 | 0,176 |
| 0,30 | 1,350 | 1,6 | 0,470 | 0,204 |
| 0,35 | 1,419 | 1,7 | 0,531 | 0,230 |
| 0,40 | 1,492 | 1,8 | 0,588 | 0,255 |
| 0,45 | 1,568 | 1,9 | 0,642 | 0,279 |
| 0,50 | 1,649 | 2,0 | 0,693 | 0,301 |

Таблица 2

| x | e^x | x | $\ln x$ | $\lg x$ |
|--------|-------|-----|---------|---------|
| -3 | 0,050 | 3 | 1,099 | 0,477 |
| -2 | 0,135 | 4 | 1,386 | 0,602 |
| -1 | 0,368 | 5 | 1,609 | 0,699 |
| 0 | 1,000 | 6 | 1,792 | 0,778 |
| 1 | 2,718 | 7 | 1,946 | 0,845 |
| 2 | 7,389 | 8 | 2,079 | 0,903 |
| 3 | 20,09 | 9 | 2,197 | 0,954 |
| 4 | 54,60 | 10 | 2,303 | 1,000 |
| 5 | 148,4 | 11 | 2,398 | 1,041 |
| π | 23,14 | 20 | 2,996 | 1,301 |
| 2π | 535,5 | 100 | 4,605 | 2,000 |

Для отыскания значений функций при промежуточных значениях аргумента в таблице 1 можно производить линейную интерполяцию.

Филиппов Алексей Федорович

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ**

*Дизайнер М. В. Ботя
Технический редактор А. В. Широбоков
Корректор М. А. Ложкина*

Подписано к печати 28.07.00. Формат 84 × 108¹/₃₂.

Усл. печ. л. 9,24. Уч. изд. л. 6,76.

Гарнитура Computer Modern Roman. Бумага офсетная № 1.
Печать офсетная. Тираж 1200 экз. Заказ №

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»
426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ № 084 от 03.04.00.
<http://www.rcd.com.ru>. E-mail: borisov@uni.udm.ru.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных диапозитивов в ГИПП «Вятка».
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.
